

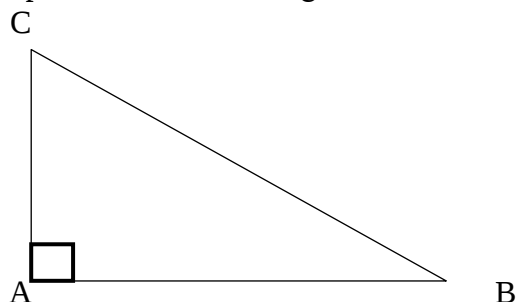
Rappels : Théorème de Pythagore et réciproque

1. Théorème de Pythagore

Théorème :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés

Exemple : Calculer une longueur à l'aide du théorème de Pythagore.



Le triangle ABC est rectangle en A .

On donne $AC = 5\text{cm}$ et $AB = 12\text{cm}$

Calcule la longueur BC .

On sait que le triangle ABC est rectangle en A , l'hypoténuse est $[BC]$, $AC = 5\text{cm}$ et $AB = 12\text{cm}$.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 12^2 + 5^2$$

$$BC^2 = 144 + 25$$

$$BC^2 = 169 \quad \text{donc} \quad BC = \sqrt{169}$$

$$BC = 13$$

Conclusion : La longueur BC mesure 13 cm.

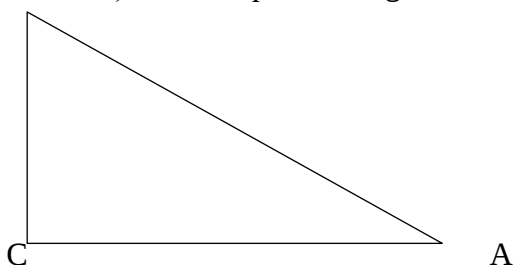
2. Réciproque du théorème de Pythagore

Réciproque du théorème :

Si dans un triangle le carré du côté le plus long est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors c'est un triangle rectangle.

Exemples :

a) Prouver qu'un triangle est rectangle



Le triangle ABC vérifie :

$AC = 12\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$ et $AB = 13\text{cm}$.

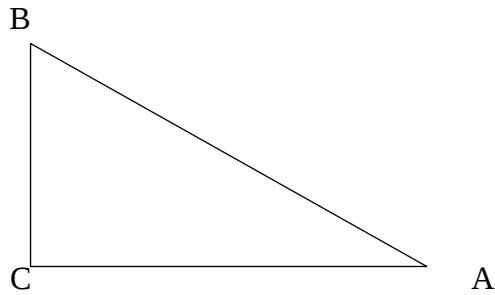
Ce triangle est-il rectangle ?

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } AB^2 &= (13)^2 \\ AB^2 &= 169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } AC^2 + BC^2 &= (12)^2 + (5)^2 \\ AC^2 + BC^2 &= 144 + 25 \\ AC^2 + BC^2 &= 169 \end{aligned}$$

Donc $AB^2 = AC^2 + CB^2$, on conclut, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle ABC est rectangle en C .

b) Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle



Le triangle ABC vérifie :

$$AC = 11,9\text{cm} ; BC = 4,9\text{cm} \text{ et } AB = 12,9\text{cm}$$

Ce triangle est-il rectangle ?

($[AB]$ étant le côté le plus long, si ABC était rectangle, $[AB]$ serait l'hypoténuse.)

$$\text{D'une part } AB^2 = (12,9)^2 \text{ donc } AB^2 = 166,41$$

$$\text{D'autre part } AC^2 + BC^2 = (11,9)^2 + (4,9)^2$$

$$AC^2 + BC^2 = 141,61 + 24,01$$

$$AC^2 + BC^2 = 165,62$$

$$\text{Ainsi } AB^2 \neq AC^2 + BC^2$$

Si le triangle ABC était rectangle, comme le côté le plus long est $[AB]$, d'après le théorème de Pythagore, on aurait $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

Conclusion : le triangle ABC n'est pas rectangle.