Les fonctions puissances Terminale S

1) **Les fonctions *xa***  avec *x* > 0 et *a* réel quelconque :

***f(x) = xa*** *= exp(ln(xa)) = exp(alnx) =* ***ea lnx***; *f* est définie et dérivable sur  et *f ' (x) = a xa-1 .*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Si *a* > 0**  *x* > 0 donc *xa-1* > 0 et *f '* > 0 donc *f* est strictement croissante sur .  et   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *x* | 0 |  | + | | (***xa*)'** |  |  |  | |  |  |  | + | | ***xa*** | 0 |  |  |   puissance+ | **Si *a* < 0**  *x* > 0 donc *xa-1* > 0 et *f '* < 0 donc *f* est strictement décroissante sur .       |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | *x* | 0 |  | + | | | | (***xa*)'** |  |  | |  | |  | + |  | |  | | ***xa*** |  |  | | 0 |   puissance- |

2 ) **Croissance comparée** des fonctions puissances, exponentielle et logarithme népérien :

Pour *x* dans  et *a* > 0 :

  ou 

  ; 

Pour retenir ces limites particulières; on peut se dire :

" **En cas de forme indéterminée**, l'Exponentielle l'emporte sur la puissance, qui l'emporte sur le logarithme" = " ***ex* > *xa* > *lnx*** "

3) Cas particulier: **Racine nième d'un nombre *x* positif** :

Pour tout entier n  1 , et pour tout réel *x*  0, la racine nième de *x* est le nombre positif , noté  dont la puissance nième vaut *x* .

 ;  et 

 ;  et 