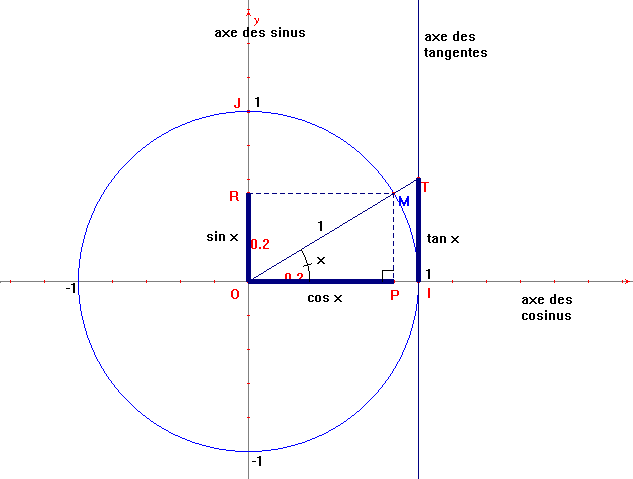
Term S

# Fonctions trigonométriques

I ] Les fonctions sinus et cosinus ( rappels de seconde )

1. Définitions et valeurs remarquables



Définitions : Soit M un point du cercle trigonométrique tel que  = *x* rad .

**Le *cosinus de x*, noté cos *x*, est l’abscisse de M.**

**Le *sinus de x*, noté sin *x*, est l’ordonnée de M.**

La ***tangente de x*** , noté tan x , est donné par l'abscisse de T sur l'axe ( I T )

Propriétés : **Pour tout *x* réel,**

**-1 ≤ cos *x* ≤ 1 ;**

**-1 ≤ sin *x* ≤ 1 ;**

**cos² *x* + sin² *x* = 1 ;**

tan x 

**Valeurs remarquables**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | π | π | π | π | π | π | π | π |
| cos *x* | 1 |  |  |  | 0 | - | - | - | -1 |
| sin *x* | 0 |  |  |  | 1 |  |  |  | 0 |
| tan x | 0 |  | 1 |  | N'existe pas | - | -1 | - | 0 |

1. La fonction cosinus cos :  [ -1 ; 1 ]

*x* cos *x*

Ensemble de définition = . (rappel de 1er : cos ' *x* = - sin *x* )

Quel que soit le réel *x*, cos(*x* + 2π) = cos *x* ; On dit que la fonction cosinus est ***périodique de période 2π.***

Quel que soit le réel *x*, cos(-*x*) = cos *x* La fonction cosinus est ***paire*** .

On peut donc étudier la fonction cosinus sur [ 0 ;  ] , puis faire la symétrie par rapport à l'axe des abscisses (parité) , puis des translations (période).

Tableau des variations :

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -π - π 0 π π |
| cos | 1  0 0  -1 -1 |

Courbe représentative de la fonction cosinus :



1. La fonction sinus sin :  [ -1 ; 1 ]

*x* sin *x*

Ensemble de définition = . (rappel de 1er : sin ' *x* = cos *x* )

Quel que soit le réel *x*, sin(*x* + 2π) = sin *x*  ; On dit que la fonctions sinus est ***périodique de période 2π.***

Quel que soit le réel *x*, sin(-*x*) = -sin *x* La fonction sinus est ***impaire*** .

On peut donc étudier la fonction sinus sur [ 0 ; ** ] , puis faire la symétrie par rapport à l'origine du repère (parité) , puis des translations (période).

Tableau des variations :

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -π - π 0 π π |
| sin | 1  0 0 0  -1 |

Courbe représentative de la fonction sinus : 

## II] La fonction tangente

Définition : tan *x* =  , donc tan *x* existe si et seulement si cos *x* ≠ 0 c'est-à-dire si *x* ≠ + k ** avec k ∈ . On note D l'ensemble de définition de la fonction tangente : D =  − { + k ** avec k∈}

Propriétés : La fonction tangente est ** périodique et impaire.

Conséquence : on réduit l'intervalle d'étude à ] - ; + [

Propriétés: la fonction tangente est dérivable en tout *x* de D et tan ' *x* = 1 + tan² *x* =  >0 donc la fonction tangente est strictement croissante sur D.



## III ] Equations trigonométriques

1) Résolution des équations cos *x* = a et sin *x* = a ( *x* ∈ )

* Si a ∉ [ -1 ; +1 ] alors ces équations n'ont pas de solutions.
* Si a ∈ [ -1 ; +1 ] alors ces équations ont une infinité de solutions dans  :

**Pour sin *x* = a** , on cherche une solution particulière  sur [ 0 ; ** ] telle que sin  = a = sin *x* , on obtient toutes les solutions sous la forme :

 avec k ∈ .

**Pour cos *x* = a** , on cherche une solution particulière  sur [ 0 ; ** ] telle que cos  = a = cos *x* , on obtient toutes les solutions sous la forme :

 avec k ∈ .

Exercice : Résoudre les équations suivantes :

cos x = - 0,5 dans  ; sin x =  sur [ 0 ; 2 **] ; 2 sin(3x) = 1 pour x ∈ [0 ; 6 ** ].

2) Résolution de l'équation tan *x* = a , *x* ∈ D

Pour a réel quelconque, on cherche une solution particulière  sur [ -  ;  ] telle que tan = a = tan *x*, on obtient toutes les solutions sous la forme *x* =  + k ** avec k ∈ .