Equation différentielle 1er partie

Introduction historique : Descartes , en 1639, cherchait à construire une courbe connaissant une propriété de ses tangentes. La recherche d'une fonction connaissant une propriété caractéristique de sa dérivée, occupa nombre de Mathématiciens et Physiciens du 17ème siècle. La résolution de ces ***équations différentielles*** permis de mieux comprendre l'univers.

1. Définition 1 : On appelle **équation différentielle** le problème consistant à rechercher les éventuelles fonctions, appelées solutions de l'équation et traditionnellement notées *y(x)*, vérifiant une relation donnant, en tout point *x* de l'intervalle I de définition de *y* , la dérivée *y ' (x)* en fonction des réels *x* et *y(x).*

Exemple : *y*2 + 3*y* = *y*’ .

Cette relation peut être complétée par une condition initiale, imposant à ces fonctions *y* de prendre une valeur réelle donnée *c* en un point *a* de I *( y(a) = c*).

Rq : Une équation différentielle peut n'avoir aucune solution, ou au contraire en posséder plusieurs, voire une infinité. Dans les équations avec condition initiale posées en Terminale S, il y a toujours exactement une solution.

1. Résolution de l'équation différentielle : ***y ' = y* et *y(0) = 1***

Cela revient à chercher un couple ( I ; *y* ) satisfaisant aux 3 conditions suivantes :

* *y* est une fonction qui doit être égale à sa dérivée.
* *y* doit prendre la valeur 1 en 0.
* *y* doit être définie sur un intervalle I contenant 0 , le plus grand possible.

**Propriété :** **ROC** S'il existe une fonction *f* dérivable sur  telle que *f ' = f* et

*f(0)* *= 1* , alors *f* ne s'annule pas sur .

Indication : poser *h(x) = f(x)  f(-x)*

**Théorème et définition** : Il existe une et une seule fonction *f* dérivable sur  telle que *f ' = f* et *f(0) = 1*, **on l'appelle fonction exponentielle , notée**

***f(x) = exp(x)***

(L’existence est admise, il faut démontrer l'unicité) **ROC**

Exercice : Avec la méthode d’EULER, tracer une approximation de cette fonction sur [0 ; 1] avec un pas de 0,2.