**π est irrationnel et transcendant.**

Le nombre π est [irrationnel](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_irrationnel), ce qui signifie qu’on ne peut pas écrire π = *p*/*q* où *p* et *q* seraient des [nombres entiers](http://fr.wikipedia.org/wiki/Entier_relatif). [Al-Khawarizmi](http://fr.wikipedia.org/wiki/Al-Khawarizmi), au IXe siècle, est persuadé que π est irrationnel. [Moïse Maïmonide](http://fr.wikipedia.org/wiki/Mo%C3%AFse_Ma%C3%AFmonide) fait également état de cette idée durant le XIIe siècle. Ce n’est cependant qu’au XVIIIe siècle que [Johann Heinrich Lambert](http://fr.wikipedia.org/wiki/Johann_Heinrich_Lambert) prouve ce résultat.

Le nombre π est même [transcendant](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_transcendant), c'est-à-dire non [algébrique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_alg%C3%A9brique) : il n'existe pas de [polynôme](http://fr.wikipedia.org/wiki/Polyn%C3%B4me) à coefficients [rationnels](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_rationnel) dont π soit une [racine](http://fr.wikipedia.org/wiki/Racine_d%27un_polyn%C3%B4me" \o "Racine d'un polynôme).

C'est au XIXe siècle que ce résultat est démontré. En 1873, Hermite prouve que la base du [logarithme népérien](http://fr.wikipedia.org/wiki/Logarithme_n%C3%A9p%C3%A9rien), le [nombre e](http://fr.wikipedia.org/wiki/E_%28nombre%29), est transcendant. En 1882, [Ferdinand von Lindemann](http://fr.wikipedia.org/wiki/Ferdinand_von_Lindemann) généralise son raisonnement en un théorème (le [théorème d'Hermite-Lindemann](http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_d%27Hermite-Lindemann)) qui stipule que, si *x* est algébrique et différent de zéro, alors e*x* est transcendant. Or eiπ n'est pas transcendant (puisqu'il est égal à -1). Par [contraposée](http://fr.wikipedia.org/wiki/Contrapos%C3%A9e), iπ n'est pas algébrique donc (comme i, lui, est algébrique) π est transcendant.

Une conséquence importante de la transcendance de π est que celui-ci n'est pas [constructible](http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_constructible). En effet, le [théorème de Wantzel](http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_Wantzel) énonce en particulier que tout nombre constructible est algébrique. En raison du fait que les coordonnées de tous les points pouvant se [construire à la règle et au compas](http://fr.wikipedia.org/wiki/Construction_%C3%A0_la_r%C3%A8gle_et_au_compas) sont des nombres constructibles, la [quadrature du cercle](http://fr.wikipedia.org/wiki/Quadrature_du_cercle) est impossible ; autrement dit, il est impossible de construire, uniquement à la règle et au compas, un carré dont la superficie serait égale à celle d'un cercle donné.

Source : Wikipedia