

Aire d'un rectangle inscrit dans un triangle

Énoncé

Soit un triangle ABC rectangle isocèle en A tel que $AB = AC = 6$.

M est un point mobile du segment $[AB]$ tel que $AM = r$ avec $r \in [0;6]$

M varie sur le segment $[AB]$; on construit le rectangle $AMNP$ tel que $N \in [BC]$ et $P \in [AC]$.

On veut étudier les variations de l'aire du rectangle $AMNP$ lorsque M se déplace sur $[AB]$

Pour cela, on introduit une fonction f associant à r l'aire s du rectangle.

1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie:

(a) A l'aide d'un logiciel de géométrie, construire le triangle ABC , puis les points M, N et P .

Tracer le rectangle $AMNP$ et faire afficher $r = AM$ puis s l'aire du rectangle $AMNP$.

Appeler le professeur pour vérification.

(b) Faire afficher le point de coordonnées $Q = (r, s)$; déplacer M ; puis activer la trace du point Q .

Appeler le professeur pour vérification.

(c) $f : r \mapsto s$. Quel semble être le maximum de la fonction f ?

Pour quelle valeur de r a-t-on $f(r) = 8$?

Appeler le professeur pour valider vos conjectures.

2. Démonstrations:

1) On reprend la notation habituelle de la variable $x = AM$.

Calculer la longueur MN en fonction de x .

2) On appelle f la fonction qui à x associe l'aire de $AMNP$

Démontrer que $f(x) = -x^2 + 6x$.

3) Vérifier que $f(x) = -(x-3)^2 - 9$

4) Démontrer que f admet un maximum que l'on déterminera.

5) Résoudre l'équation $x^2 - 6x + 8 = 0$ (on écrira $8 = 9-1$)

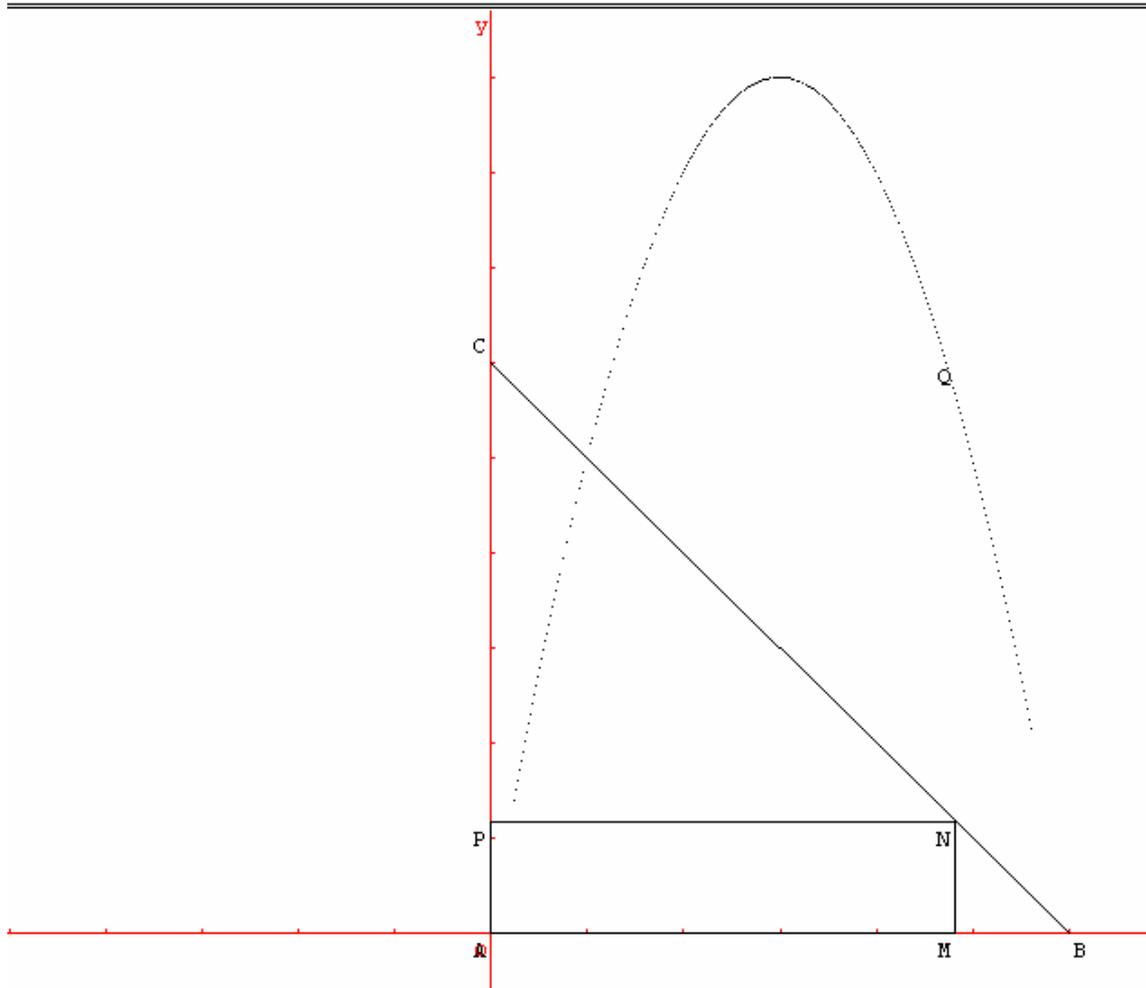
6) Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles l'aire est égale à 8 ?

Aire d'un rectangle ...- éléments de correction

Géoplan

x:4.82

y:5.67

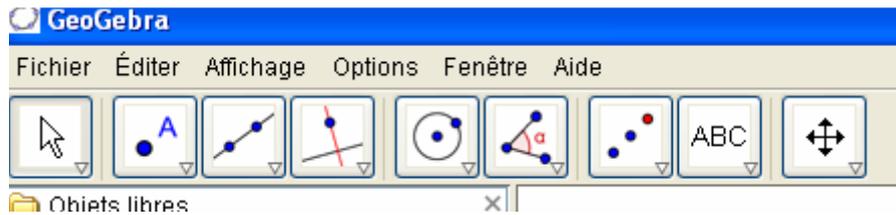


- faire afficher un repère du plan et créer les points repérés $A(0,0)$, $B(6,0)$ et $C(0,6)$
- dessiner le segment $[BC]$ et y placer un point N
- créer les points M et P , images de N par projection orthogonale sur les droites Ox et Oy ; tracer R la ligne polygonale $MNPA$
- avec « créer-numérique-calcul algébrique » on nomme x la longueur AM et $y = AM \times AP$
- « créer-affichage » pour x et y ; déplacer le point N et observer ces deux valeurs.

- créer le point Q repéré (x,y)
- sélectionner Trace pour le point Q et se mettre en mode Trace ; faire varier N .

Géogébra que l'on peut télécharger (<http://www.geogebra.org/download/install.htm>)

Les commandes se réalisent en haut de l'écran (tous les menus sont déroulants)



et les saisies en bas

Saisie:

- dans le repère orthonormé, placer les points $A(0,0)$, $B(6,0)$, $C(0,6)$ et le polygone ABCA (remarquer qu'un nom lui est automatiquement attribué)
- placer M point sur le segment $[AB]$
- construire la perpendiculaire à l'axe des abscisses, passant par M ; l'intersection N de cette droite avec (BC) ; puis le projeté P de ce point sur l'axe des ordonnées (renommer les points si nécessaire)
- construire le polygone AMNPA
- dans la zone de saisie taper « $r = \text{dis}$ » (aussitôt la phrase se complète et on peut accéder aux différentes syntaxes avec la touche F1)
- compléter « $r = \text{distance}[A,M]$ »
- de même saisir « $s = \text{distance}[A,M] * \text{distance}[A,P]$ » ou bien « $s = \text{aire}[A,M,N,P]$ » ; déplacer le point M et observer les deux valeurs précédentes « r » et « s »
- placer « $Q = (r,s)$ » ; déplacer M , puis activer la trace pour le point Q .

