

György Pólya, mathématicien hongrois (1887-1985) a introduit cette expérience pour simuler la propagation d'une épidémie.

L'expérience

On considère une urne contenant au départ une boule blanche (modélisant un individu sain) et une boule rouge (modélisant un individu malade et contagieux).

On prélève au hasard une boule de l'urne, si elle est blanche, on la remet en ajoutant une autre blanche, si elle est rouge on la remet en ajoutant une autre rouge. On a maintenant trois boules, dont deux de la même couleur.

Ceci modélise l'arrivée d'un nouvel individu dans la population initiale. S'il entre en contact avec la personne saine, il demeure sain. S'il entre en contact avec la personne malade, il le devient également .

On itère ce processus aussi longtemps que l'on veut.

1. Étude probabiliste

On s'intéresse à l'évolution de la composition de l'urne (qui modélise l'évolution de la population)

On peut étudier cette évolution sur les 4 premiers tirages. (On aura alors 6 boules dans l'urne)

Quelles sont les 5 compositions possibles de l'urne ?

A l'aide d'un arbre de probabilités, calculer la probabilité de chacune des compositions possibles de l'urne.

A- t'on les mêmes chances d'obtenir chacune de ces compositions ?

2. Simulation et étude statistique

a) À l'aide d'un tableur, on simule l'évolution de l'urne.

A votre avis, quelle va être l'évolution de la composition de l'urne ?

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	a(blanches)	b(rouges)	a/n				
2	2	1	1	0,5				
3	3	2	1	0,66666667				
4	4	3	1	0,75				
5	5	4	1	0,8				
6	6	5	1	0,83333333				
7	7	5	2	0,71428571				
8	8	5	3	0,625				
9	9	6	3	0,66666667				
10	10	7	3	0,7				
11	11	7	4	0,63636364				
12	12	7	5	0,58333333				

Dans B3 , on écrit : =SI(ALEA())<D2 ;B2+1 ;B2)

Lancer la simulation autant de fois que l'on veut (touche F9). Conclure.

b) Algorithme à mettre en œuvre sur calculatrice ou sur Algobox

On peut également programmer l'évolution sur calculatrice ou sur Algobox à l'aide de l'algorithme suivant :

On peut entrer le nombre de boules blanches et rouges (1 et 1 dans le cas étudié plus haut, mais on peut ensuite explorer le cas général)

Début

Entrer a et b ;

Entrer le nombre n de tirages ;

Pour k variant de 1 à n faire

Début

Si aléa < a/(a+b) alors a devient a+1 sinon b devient b+1;

Fin ;

afficher a/(a+b)

Fin.

Réaliser cet algorithme avec votre calculatrice ou avec Algobox.

Conclure.