

Annexe**Programme d'enseignement de mathématiques
Classe terminale de la série technologique STD2A**

L'enseignement des mathématiques au collège et au lycée a pour but de donner à chaque élève la culture mathématique indispensable à sa vie de citoyen et les bases nécessaires à son projet de poursuite d'études.

Le cycle terminal de la série STD2A permet l'acquisition d'un bagage mathématique qui favorise une adaptation aux différents cursus accessibles aux élèves, en développant leurs compétences mathématiques liées aux enseignements technologiques et aux arts appliqués. Ce bagage ne saurait se limiter à l'apprentissage d'une liste de « recettes » dépendantes de contextes spécifiques ; bien au contraire, il s'insère dans un élargissement culturel dont les élèves auront besoin pour aborder l'enseignement supérieur dans de bonnes conditions.

L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

Objectif général

Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :

- mener des raisonnements ;
- acquérir et développer une compréhension raisonnée des objets dans le plan et dans l'espace ;
- mener une réalisation avec précision, netteté et de façon autonome ;
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

Mise en œuvre du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique modestes, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Les enseignants de mathématiques doivent établir des liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements en arts appliqués et en sciences physiques et chimiques. Ces liens doivent permettre de :

- prendre appui sur les situations rencontrées dans les enseignements d'arts appliqués et de sciences physiques et chimiques ;
- connaître les logiciels qui y sont utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

La collaboration avec les enseignements en arts appliqués est en particulier attendue à propos de diverses situations étudiées dans le programme ; les courbes, les polygones réguliers, frises, solides et leurs représentations en perspectives fournissent de telles occasions.

Utilisation d'outils logiciels

L'utilisation de logiciels enrichit l'enseignement en permettant l'accès à la visualisation et à la construction de différents objets difficilement accessibles par d'autres moyens. Les possibilités de déplacement et d'animation des objets, comme le changement des angles de vue, permettent de développer très efficacement la compréhension et la vision de l'espace.

Ces outils sont largement utilisés dans les domaines professionnels, ce qui modifie le rapport des utilisateurs aux mathématiques. Les compétences mathématiques prennent de l'importance dans ce contexte.

L'utilisation de ces outils doit intervenir selon trois modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors de la classe.

La maîtrise de ces outils nécessite une pratique régulière.

Raisonnement et langage mathématiques

L'acquisition et la maîtrise du vocabulaire et du langage mathématiques dans les domaines liés à la géométrie participent à la familiarisation avec les codes descriptifs et perspectifs qui sont en usage en arts appliqués.

En prolongement du programme de Seconde, les capacités d'argumentation et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal mais sont spécifiquement adaptées au contexte de la filière STD2A ; en particulier, les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique s'insèrent naturellement dans les activités d'analyse et de construction graphiques.

Diversité de l'activité de l'élève

Les activités proposées en classe et hors du temps scolaire prennent appui sur la résolution de problèmes essentiellement en lien avec d'autres disciplines. Il convient de privilégier une approche des notions nouvelles par l'étude de situations concrètes. L'appropriation des concepts se fait d'abord au travers d'exemples avant d'aboutir à des développements théoriques, à effectuer dans un deuxième temps. De nature diverse, les activités doivent entraîner les élèves à :

- chercher, expérimenter, modéliser, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- choisir et appliquer des techniques de calcul ;
- analyser, représenter et créer des objets ou des scènes du plan et de l'espace ;
- raisonner et interpréter, valider, exploiter des résultats ;
- expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit.

Des éléments d'histoire des mathématiques, des arts et des techniques peuvent s'insérer dans la mise en œuvre du programme. Connaître le nom de quelques savants célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique et technologique. Situer une invention dans le temps et la relier à d'autres éléments de l'histoire des sciences, des arts et de la pensée sont nécessaires pour permettre aux élèves de faire face aux exigences des études supérieures en matière culturelle.

Les travaux hors du temps scolaire sont impératifs pour soutenir les apprentissages des élèves. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des aptitudes des élèves.

Les modes d'évaluation prennent également des formes variées, en phase avec les objectifs poursuivis. En particulier, l'aptitude à mobiliser l'outil informatique pour l'analyse et la réalisation d'objets du plan et de l'espace est à évaluer.

Organisation et objectifs du programme de la classe terminale

Le programme fixe les objectifs à atteindre en termes de capacités. Il est conçu pour favoriser une acquisition progressive des notions et leur pérennisation. Son plan n'indique pas la progression à suivre, cette dernière devant s'adapter aux besoins des autres enseignements.

Ce programme s'inscrit dans la continuité du programme de la classe de première et conserve donc un lien fort avec les autres enseignements disciplinaires.

Ce programme vise à :

- enrichir le contenu du programme de la classe de première en apportant de nouveaux outils et méthodes tels que les fonctions dérivées ou la perspective centrale ;
- élargir le champ d'application de certaines notions étudiées en l'adaptant à de nouveaux contextes. On envisage des fonctions polynômes de degré trois ; l'étude des pavages complète celle des frises et le produit scalaire s'étend à l'espace.

Des allers et retours entre observation et création induisent des phases de modélisation et de conception graphique tout en maintenant la diversité de l'activité de l'élève.

1. Analyse

Le programme d'analyse vise à doter les élèves d'outils mathématiques permettant d'étudier des problèmes relevant de la modélisation de phénomènes continus et de la conception graphique, notamment en lien avec les enseignements de sciences physiques et chimiques ainsi que de design et arts appliqués. Cette partie est organisée selon trois objectifs principaux :

- *Étendre l'ensemble des fonctions de référence.* On introduit et exploite de nouvelles fonctions de référence, en particulier pour faciliter l'étude de situations liées au dessin et au traitement d'images. On veille à s'appuyer sur des registres différents : algébrique, graphique, numérique, géométrique.
- *Exploiter l'outil « dérivation ».* L'acquisition du concept de fonction dérivée est un point important du programme de terminale. Les fonctions étudiées sont toutes régulières.
- *Poursuivre l'étude des problèmes de raccordements de courbes.* L'idée est de mobiliser les connaissances sur les fonctions pour résoudre des problèmes de raccordement dans le cadre du design.

En lien avec les enseignements de design et arts appliqués, l'appropriation des connaissances sur les fonctions se fait essentiellement à partir d'un travail sur les représentations graphiques. Inversement, ces connaissances s'avèrent être un outil efficace dans la conception graphique.

Fonctions de référence

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonction cube. Fonctions puissances $x \mapsto x^a$ définies sur $]0; +\infty[$, avec $a > 0$. Fonction $x \mapsto 10^x$.	• Connaître la représentation graphique de la fonction cube. • Utiliser les propriétés opératoires des puissances, notamment pour résoudre une équation de la forme $x^a = k$ avec $k > 0$. • Connaître l'allure de la courbe représentative de $x \mapsto x^a$ suivant la position de a par rapport à 1. • Connaître la courbe représentative de la fonction $x \mapsto 10^x$. • Utiliser la propriété opératoire $10^{a+b} = 10^a \times 10^b$.	On prépare les études de raccordement en présentant quelques exemples de courbes représentatives de fonctions polynômes de degré trois. L'introduction des puissances non entières est faite à l'aide des Tice, grâce à la touche $^$ de la calculatrice ou au curseur d'un logiciel. On remarque que les propriétés opératoires des puissances entières s'étendent aux puissances non entières. Il est pertinent de prendre l'exemple fourni par l'utilisation des fonctions puissances en traitement d'images. On fait le lien entre les courbes représentatives des fonctions $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto x^{\frac{1}{a}}$. L'étude de cette fonction est menée à l'aide des Tice.
Fonction logarithme décimal.	• Connaître la courbe représentative de la fonction logarithme décimal. • Utiliser la propriété opératoire $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$. • Passer de $\log(x) = a$ à $x = 10^a$ et inversement. • Transformer une série de données à l'aide de la fonction logarithme décimal afin de faciliter son étude.	Pour tout nombre $b > 0$, $\log(b)$ est défini comme l'unique solution de l'équation $10^x = b$. On fait le lien entre les courbes représentatives des fonctions $x \mapsto 10^x$ et $x \mapsto \log(x)$. En lien avec les autres disciplines, on illustre l'utilisation de la fonction logarithme décimal, par exemple pour mesurer une intensité sonore ou exploiter un histogramme d'intensité des pixels d'une image.

Dérivation

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonction dérivée. Dérivée des fonctions de référence : $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $x \mapsto \sqrt{x}$. Dérivée d'une somme de deux fonctions et du produit d'une fonction par un nombre réel. Sens de variation d'une fonction. Extremum d'une fonction.	• Calculer la dérivée d'une fonction simple. • Faire le lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation d'une fonction. • Exploiter le tableau de variation d'une fonction f pour obtenir un éventuel extremum de f.	La notion de fonction dérivée est introduite en s'appuyant sur les connaissances de première qui sont réinvesties. On évite tout excès de technicité dans les calculs de dérivation. Si nécessaire, dans le cadre de la résolution de problèmes, une expression de la fonction dérivée est fournie, par exemple au moyen d'un logiciel. On favorise la lecture et l'interprétation, de façon conjointe, du tableau de variation et de la courbe représentative. Cette partie du programme sur l'optimisation se prête particulièrement à l'étude de situations issues des autres disciplines.

Fonctions satisfaisant à des contraintes

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Raccordement de courbes représentatives de fonctions.	• Déterminer, sur des exemples simples, des fonctions satisfaisant à des contraintes. • Traiter des situations simples de raccordement de courbes.	On poursuit le travail sur le raccordement, en l'étendant à des fonctions polynômes de degré trois ; l'éventail du champ d'application s'en trouve élargi. On évite tout excès de technicité dans la résolution des systèmes. Si nécessaire, dans le cadre de la résolution de problèmes, on utilise les possibilités offertes par la calculatrice ou un logiciel.

2. Géométrie plane

Le programme de géométrie plane s'appuie sur les connaissances acquises en classe de seconde et première. Il est organisé selon deux objectifs :

- *Poursuivre et enrichir l'étude des figures régulières.* Des pavages du plan sont construits ou analysés en mobilisant des transformations selon les mécanismes mis en place en classe de première lors de la réalisation de frises.
- *Découvrir et exploiter, sur l'exemple du cercle et de l'ellipse, différentes descriptions d'un même objet géométrique.* Le travail engagé sur le cercle et l'ellipse permet une première approche des courbes paramétrées.

L'étude de ces notions est l'occasion d'évoquer le lien entre les sciences et les arts décoratifs dans différentes civilisations. On privilégie les activités à base de supports réels issus de divers domaines artistiques.

Pavages

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Exemples de pavages.	• Créer une figure par répétition de deux transformations simples. • Rechercher sur des exemples simples des éléments de symétrie et des translations laissant le pavage invariant.	Selon les cas, une maille élémentaire peut être prise sous la forme d'un triangle rectangle ou isocèle, d'un parallélogramme ou d'un rectangle. La classification des types de pavages est hors programme.
Formule d'Al Kashi.	• Calculer la mesure du troisième côté d'un triangle quelconque, connaissant les mesures de deux de ses côtés et de l'angle qui les sépare. • Calculer les mesures des angles d'un triangle quelconque, connaissant les mesures de ses trois côtés.	La formule est introduite et mise en œuvre dans des situations concrètes issues du design et des arts appliqués, notamment dans le contexte des pavages.

Cercle

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Paramétrage d'un cercle.	• Décrire par un paramétrage un cercle donné. • Caractériser un cercle à partir d'un paramétrage donné. • Décrire par un paramétrage un arc de cercle donné.	On réactive au préalable les connaissances enseignées en classe de seconde sur « l'enroulement de la droite réelle ». L'étude des fonctions sinus et cosinus est hors programme : la lecture du cercle trigonométrique suffit à paramétrer le cercle. Dans le cadre de raccords faisant intervenir un arc de cercle, on exploite la notion géométrique de tangente à un cercle.
Équation cartésienne d'un cercle.	• Écrire une équation cartésienne d'un cercle donné. • Déterminer l'intersection d'un cercle et d'une droite.	La détermination d'une équation cartésienne d'un cercle de diamètre donné est une occasion de mobiliser les connaissances relatives au produit scalaire dans le plan.

Ellipse

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Transformation du cercle par affinité orthogonale. Grand axe et petit axe.	• Décrire par un paramétrage une ellipse donnée. • Caractériser une ellipse à partir d'un paramétrage donné.	Aucun développement théorique sur la notion d'affinité n'est attendu. Une ellipse est caractérisée par son centre, son grand axe et son petit axe.
Équation cartésienne d'une ellipse.	• Écrire une équation réduite d'une ellipse donnée par son centre et ses axes. • Caractériser une ellipse à partir d'une équation réduite donnée. • Déterminer les points d'intersection d'une ellipse et d'une droite.	L'équation $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$ est appelée équation réduite de l'ellipse. On interprète géométriquement les nombres a et b, α et β. En lien avec les enseignements d'arts appliqués, on peut évoquer la construction « du jardinier », notamment avec un logiciel de géométrie dynamique, mais la notion de foyer n'est pas un attendu du programme. Les notions de directrice et d'excentricité sont hors programme.

3. Géométrie dans l'espace

Le programme de géométrie dans l'espace vise à l'acquisition de trois démarches : **créer**, **analyser** et **représenter** des objets de l'espace. Pour cela, il s'agit de :

- *Poursuivre et enrichir l'étude des solides simples et des coniques.* On crée et analyse des solides de révolution, des scènes en tant que compositions prenant en considération tant des solides simples que des espaces vides. Alors que les élèves ont déjà abordé en classe de première l'ellipse comme section plane d'un cylindre de révolution, l'étude des sections planes possibles du demi-cône permet d'élargir cette vision et de définir les autres coniques existantes en utilisant une procédure commune. On privilégie une approche expérimentale à partir du modèle optique en lien avec les applications architecturales de ces courbes. L'importance historique de leur mise en évidence est également soulignée.
- *Enrichir les codes perspectifs avec la perspective centrale.* Dans les classes précédentes, on a construit et utilisé la perspective parallèle comme mode de représentation de l'espace, mode de représentation conventionnel plus particulièrement dévolu au domaine technique. On poursuit cet apprentissage avec la perspective centrale qui, historiquement, a voulu répondre au besoin de représenter la profondeur et de reproduire le réel d'une manière systématisée. Cette méthode de représentation a été exploitée par de nombreux artistes pendant des siècles, avant de devenir le principe fondamental de la représentation photographique. Perspective et architecture sont par ailleurs intimement liées.
- *Conforter les connaissances et compétences en géométrie* avec l'extension du produit scalaire à l'espace, tout en développant une vision pratique ouvrant à l'analyse des positionnements.

L'utilisation de logiciels de dessin employés dans les enseignements artistiques est l'occasion d'enrichir le propos mathématique.

Solides de révolution

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Rotation autour d'un axe.	● Reconnaître les rotations autour d'un axe laissant un solide invariant ou une scène invariante.	On utilise les rotations et translations pour créer des scènes par assemblage de solides simples, notamment en recourant à des logiciels spécialisés.
Génération d'un solide de révolution.	● Utiliser les rotations autour d'axes de l'espace pour générer un solide.	On traite en particulier le cas du cylindre et du demi-cône.

Sections planes d'un demi-cône de révolution

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Cercle, ellipse, parabole, branche d'hyperbole.	● Identifier la nature d'une section plane d'un demi-cône de révolution selon l'inclinaison du plan de section.	Une étude de l'éclairement d'un mur par une source ponctuelle constitue une approche adaptée. La propriété de la tangente à la parabole en un point (vue en classe de première, à propos de la fonction « carré »), permet de distinguer la parabole de la branche d'hyperbole. Aucun développement théorique n'est attendu. L'usage d'un logiciel de géométrie dynamique facilite la compréhension de ces notions.

Perspective centrale

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Projection centrale.	Connaître et utiliser le vocabulaire usuel de la perspective centrale : point de vue, plan de représentation, plan frontal.	Projection centrale : un plan P et un point O, non situé dans P, étant donnés, l'image d'un point M distinct de O est, si elle existe, l'intersection de la droite (OM) avec le plan P. Une étude des propriétés de « l'ombre au flambeau » (source ponctuelle) portée sur un plan constitue une approche adaptée. Une transition entre « l'ombre au flambeau » et la projection centrale peut être réalisée grâce à la « fenêtre de Dürer ».
Propriétés conservées ou non par cette projection.	- Connaître et utiliser les propriétés d'une projection centrale. - Connaître et utiliser la conservation de forme dans les plans frontaux. - Connaître et utiliser la position relative de l'image de deux droites parallèles.	On distingue ce que la projection conserve (alignement, contacts) de ce qu'elle ne conserve pas (longueurs, milieux, rapports de longueurs, angles, parallélisme). Aucun développement théorique n'est attendu.
Point de fuite d'une droite. Point de fuite principal.		Le point de fuite d'une droite d est l'intersection du plan de représentation avec la droite parallèle à d et passant par le point de vue.
Ligne de fuite d'un plan non frontal, ligne d'horizon.		On insiste sur le fait que deux plans parallèles non frontaux ont même ligne de fuite.
Image d'un quadrillage. Image d'un parallépipède rectangle.	Construire l'image d'un quadrillage, ou d'un parallépipède rectangle ayant au moins une arête en vraie grandeur.	On met en évidence la simplicité des situations où un plan frontal est disponible. En lien avec la photographie, on analyse quelques situations plus générales. On représente en perspective centrale quelques exemples de frises.
Image des solides simples : prisme et pyramide.	- Représenter en perspective centrale : - un objet composé de solides simples accolés ; - une scène composée de quelques objets.	Par leur inscription dans un solide simple, et en s'appuyant sur les points de contacts, on peut construire une « esquisse » de représentation pour des objets plus complexes, entre autres le cylindre et le cône.

Produit scalaire

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace.	- Calculer le produit scalaire de deux vecteurs selon deux méthodes : - analytiquement ; - à l'aide des normes et d'un angle.	On exploite des situations issues des domaines technologiques et artistiques.
Applications du produit scalaire.	Calculer des angles et des longueurs.	En infographie, le positionnement de la caméra par rapport à un plan, permettant notamment de déterminer les faces visibles d'un solide, se fait en étudiant le signe d'un produit scalaire.