



Série « SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES »
Spécialité : arts appliqués

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

Cycle terminal

Direction de l'enseignement scolaire
Bureau du contenu des enseignements.
www.eduscol.education.fr/prog

SERIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES

Spécialité : arts appliqués

Des aménagements au programme de mathématiques du cycle terminal de la série STI ont été arrêtés le 9 août 2000 et publiés au BO hors série n°8 du 31 août 2000, volume 6, afin de prendre en compte le nouveau programme de seconde entré en application à la rentrée 2000.

Première (*spécialité : arts appliqués*)

Le texte de référence est le programme défini par l'arrêté du 1^{er} août 1997 (BO hors série n°8 du 2 octobre 1997).

Dans les travaux pratiques de la partie IV : « Géométrie », on pourra ne pas introduire le mot « homothétie » et s'appuyer simplement sur les notions d'agrandissement - réduction vues au collège et réutilisées en 2^e.

Terminale (*spécialités : arts appliqués*)

Le texte de référence est le programme défini par l'arrêté du 1^{er} août 1997 (BO hors série n°8 du 2 octobre 1997).

Aucune modification.

I. EXPOSE DES MOTIFS

Arrêté du 1^{er} août 1997

1. Intentions majeures

- a) Donner aux élèves une formation conçue en fonction de la poursuite d'études supérieures dans le domaine des arts appliqués. On a voulu réaliser une bonne continuité avec les objectifs des sections de techniciens supérieurs.
- b) Insister sur l'importance du *travail personnel* des élèves, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des activités de *résolution de problèmes*. Dans cette perspective, chaque chapitre comporte une rubrique de *travaux pratiques*.
- c) Développer les *capacités d'organisation et de communication*, renforcer les objectifs d'*acquisition de méthodes* et promouvoir l'*unité de la formation* des élèves en exploitant les interactions entre les différentes parties du programme et entre les mathématiques et les autres disciplines.
- d) S'en tenir à un cadre et un vocabulaire théoriques modestes, mais suffisamment efficaces pour répondre aux besoins des autres disciplines.
- e) Prendre en compte l'exigence de contenus présentant un intérêt pour la *formation de tous les élèves*.
- f) Dégager clairement les *objectifs et les contenus du programme* en précisant les capacités requises ou non requises des élèves, dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation. En particulier, on a limité de façon stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts, ainsi que le degré de technicité exigible des élèves pour certains problèmes.

2. Quelques lignes directrices pour les contenus

- a) En *analyse*, le programme porte essentiellement sur l'exploitation du calcul différentiel et intégral pour l'étude des *fonctions*. Les *phénomènes exponentiels* continus ou discrets, les *problèmes numériques* et les *représentations graphiques*, ainsi que l'étude de *situations* issues des arts appliqués jouent ici un rôle très important. La formulation mathématique du concept de limite est hors programme ; l'unique objectif est d'acquérir une première idée de cette notion et de la faire fonctionner sur quelques exemples simples.
- b) En *géométrie*, le programme porte sur les *configurations* du plan et de l'espace et leur représentation en liaison étroite avec l'enseignement des arts appliqués.
- c) En *algèbre*, l'accent est mis sur la *résolution de problèmes* menant à des équations et des inéquations.
- d) En *probabilités*, on a voulu prendre en compte l'importance croissante des *phénomènes aléatoires* dans toutes les sciences et de leur place dans l'enseignement européen. Dans cet esprit, et afin de permettre une maturation convenable des concepts probabilistes, le programme de première comporte une brève introduction à ces questions, dont l'étude est poursuivie en terminale. Cette introduction s'appuie sur l'étude des séries statistiques à une variable, dont la synthèse est au programme de seconde.

II. ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT ET DU TRAVAIL DES ÉLÈVES

1. Cadre général

L'horaire hebdomadaire de la classe de première STI, spécialité « arts appliqués » est de 2,5 heures (1 + 1,5) auxquelles s'ajoute une heure de module ; celui de la terminale est de 2,5 heures (1 + 1,5).

Il est essentiel d'assurer un *bon équilibre entre les différentes parties du programme*, en ne perdant pas de vue que l'analyse doit tenir une place importante, aussi bien en première qu'en terminale. De même, il est important de choisir une *progression* permettant une *maturation des nouveaux concepts*. En particulier, il convient d'aborder assez tôt les points essentiels du programme, afin de les faire fonctionner de façon efficace et de les approfondir de façon progressive, et de ne pas bloquer en fin d'année des sujets nécessitant une démarche spécifique (par exemple, la géométrie ou le calcul des probabilités).

Le texte du programme définit les objectifs, précise les connaissances et savoir-faire que les élèves doivent acquérir et délimite le champ des problèmes à étudier, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement.

Toutes les indications mentionnées dans ce texte *valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation*, y compris celles du baccalauréat ; en cas de doute, l'interprétation minimale doit prévaloir. Les programmes de terminale et de première forment un tout ; dans chaque classe, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un *champ de fonctionnement* pour les capacités acquises dans les classes antérieures et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis ; on évitera en revanche les révisions systématiques. Pour faciliter cette articulation, les différentes rubriques du programme comportent quelques indications sur la continuité des objectifs poursuivis.

2. Objectifs et fonctions des différents types d'activité

A) ORGANISATION DU TRAVAIL DE LA CLASSE

Deux objectifs essentiels sont à poursuivre :

- Entraîner les élèves à l'activité scientifique et promouvoir l'acquisition de méthodes : la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploitation de situations, de réflexion et de débat sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de synthèse dégagant clairement quelques idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée.
- Développer les *capacités de communication* : qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite (prise de notes, mise au point de la rédaction d'un énoncé ou d'un raisonnement...).

B) ORGANISATION DU TRAVAIL PERSONNEL DES ELEVES

La résolution d'exercices et de problèmes doit aussi jouer un rôle central dans les travaux proposés aux élèves. Pour leur choix, il est utile de se poser quelques questions. Font-ils appel aux seules capacités requises des élèves ? Sinon, les élèves disposent-ils des indications utiles pour les résoudre ? Leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de la classe considérée ? Leur résolution a-t-elle valeur de méthode ?

Les travaux effectués en dehors du temps d'enseignement, *à la maison ou au lycée*, ont des fonctions diversifiées

La résolution d'exercices d'entraînement, combinée avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs *connaissances de base* et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples.

Les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe), visent essentiellement à développer les *capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite* ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être *fréquents*, mais leur *longueur* doit rester *raisonnable*.

Les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours et des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats. *Les capacités à mettre en œuvre ne doivent en aucun cas dépasser les exigences mentionnées dans le programme.*

Ils doivent être suffisamment *courts* pour permettre à la grande majorité des élèves d'étudier l'ensemble des questions posées et de *rédiger posément* une solution.

3. Evaluation, orientation

Dans chaque classe, il convient de *développer les capacités de chaque élève* et de *l'aider à préciser son projet de formation et à le réaliser*. Tout au long de l'année, *la communication des objectifs* à atteindre et la mise en œuvre de *formes diversifiées* d'évaluation peuvent aider efficacement les élèves à progresser, à se situer et à effectuer un choix d'orientation. D'autre part, il est souhaitable que des mesures d'aide aux élèves puissent être mises en place pour leur permettre de réaliser leur projet d'orientation dans de bonnes conditions.

III. PRESENTATION DU TEXTE DU PROGRAMME

1. *Ce texte comporte trois parties, numérotées IV, V et VI :*

- La partie IV définit les objectifs et les capacités valables pour les classes de première et terminale considérées. Cette partie figure donc au programme de *chacune* de ces classes, ce qui est rappelé en tête des parties V et VI.
- La partie V fixe le programme de première STI, spécialité Arts appliqués.
- La partie VI fixe le programme de terminale STI, spécialité Arts appliqués.

2. *Chaque chapitre des parties V et VI comporte :*

- Un *bandeau* définissant les objectifs essentiels de ce chapitre et délimitant le cadre général d'étude des notions relatives à ce chapitre.
- Un texte en deux colonnes : *à gauche*, sont fixés les connaissances et savoir-faire de base figurant au programme ; *à droite*, un commentaire précise le sens ou les limites à donner à certaines questions, et repère le cas échéant l'interaction du sujet étudié avec d'autres figurant au programme.
- Une rubrique de travaux pratiques en deux colonnes : *à gauche*, figure le champ des problèmes et des techniques que les élèves ont à étudier ; *à droite*, un commentaire fournit des repères pour le niveau d'approfondissement de cette étude.
- Enfin le programme de terminale comporte *un formulaire officiel*, que les élèves apprendront à utiliser pendant l'année et qui est mis à leur disposition pour les épreuves du baccalauréat. Ce formulaire fait l'objet d'une note de service publiée au *Bulletin officiel* de l'Education nationale.

3. En ce qui concerne les connaissances et savoir-faire, on a délimité, d'une part, ceux que les élèves doivent acquérir et, d'autre part, ceux qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables. Pour ces dernières, il est souvent précisé que « toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves » ou que « des indications doivent être données sur la méthode à suivre » : ceci est valable pour tous les travaux non encadrés par le professeur, et notamment pour les épreuves d'évaluation.

En particulier les travaux pratiques sont de deux sortes : les uns mettent en œuvre des techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves. Les autres, qui portent la mention « Exemples de » (ce sont les plus nombreux), visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée : les élèves devront, au terme de l'année, avoir une certaine familiarité avec le type de problème considéré, mais aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos et toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves.

4. En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indiqué que certains sujets sont « hors programme » (ce qui signifie qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré) ou « ne sont pas un objectif du programme » (ce qui signifie qu'ils peuvent être abordés à propos de l'étude d'une situation, mais ne doivent faire l'objet ni d'une étude systématique ni de capacités exigibles des élèves). De même, il est précisé pour certains sujets que « toute virtuosité technique est exclue », ou encore qu'il faut se limiter à des « exemples simples », voire « très simples ».

Pour les démonstrations indiquées comme « non exigibles », le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat, tout en maintenant un bon équilibre entre ces différentes possibilités. La mention « admis » signifie que la démonstration est hors programme.

IV. OBJECTIFS ET CAPACITES VALABLES POUR L'ENSEMBLE DU PROGRAMME

1. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES

Les représentations graphiques tiennent une place importante : en effet, outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme ; leur mise en œuvre développe aussi les qualités de soin et de précision et met l'accent sur des réalisations combinant une compétence manuelle et une réflexion théorique. Plus largement, on développera une vision géométrique des problèmes notamment en analyse, car la géométrie met au service de l'intuition et de l'imagination son langage et ses procédés de représentation.

2. PROBLÈMES NUMÉRIQUES

Les problèmes et méthodes numériques sont largement exploités, car ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques et concourent au développement des qualités de soin et de rigueur.

3. PROBLÈMES ALGORITHMIQUES

Dans l'ensemble du programme, il convient de mettre en valeur les aspects algorithmiques des problèmes étudiés, mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible des élèves.

4. EMPLOI DES CALCULATRICES

L'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi de contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser une bonne approche de l'informatique.

Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice programmable dans les situations liées au programme de la classe. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- Savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme de la classe considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces commandes ;
- Savoir afficher à l'écran la courbe représentative d'une fonction ;
- Savoir recourir à une instruction séquentielle.

Il est conseillé de disposer d'un modèle dont les caractéristiques, notamment graphiques, répondent aux spécifications et aux objectifs précédents et comportant, en vue de l'emploi dans les autres disciplines et dans les études supérieures, les fonctions statistiques (à une ou deux variables).

5. IMPACT DE L'INFORMATIQUE

La mise en valeur des aspects algorithmiques et l'emploi des calculatrices programmables ont été évoqués ci-dessus ; il convient aussi d'utiliser les *matériels informatiques* existant dans les établissements, notamment à travers l'exploitation des *systèmes graphiques* (écrans, tables traçantes) et d'habituer les élèves, sur des exemples simples, à mettre en œuvre une démarche algorithmique avec méthode, mais *aucune capacité n'est exigible* des élèves dans ce domaine.

Le développement des réseaux multiplie par ailleurs les possibilités d'échanges de toute nature et peut permettre d'enrichir l'enseignement.

6. UNITÉ DE LA FORMATION

Il est important que de nombreux travaux fassent *intervenir simultanément des parties diverses du programme* pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace...). Dans cette perspective, *l'enseignement des mathématiques est aussi à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux : *organisation concertée* des activités d'enseignement afin que, en particulier, l'ordre dans lequel les différentes parties du programme sont abordées tiennent compte, dans la mesure du possible, des besoins des autres enseignements ; *étude de situations* issues de ces disciplines, comprenant une phase de modélisation et une phase d'interprétation des résultats (le programme fournit quelques repères à ce sujet). En ce domaine, toutes indications nécessaires doivent être données aux élèves et les seules capacités exigibles sont celles qui figurent explicitement au programme de mathématiques.

7. FORMATION SCIENTIFIQUE

Les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique, loin d'être incompatibles, doivent être développées de pair : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une démonstration, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus, évaluer leur pertinence en fonction du problème posé, ne sont que des moments différents d'une même activité mathématique. Dans ce contexte, la clarté et la précision des raisonnements, la qualité de l'expression écrite et orale constituent des objectifs importants. Cependant, la maîtrise du raisonnement et du langage mathématique doit être placée dans une perspective de *progression*. *On se gardera donc de toute formalisation excessive*, aussi bien pour les énoncés que pour les démonstrations. En particulier, le *vocabulaire* et les *notations* ne sont pas imposés *a priori* ; ils s'introduisent en cours d'étude selon un critère d'utilité.

Enfin, on aura le souci de se limiter à un *vocabulaire modeste* et à *quelques notations simples*, qui sont indiqués dans les différents chapitres.

V. PROGRAMME DE PREMIERE STI Spécialité : arts appliqués

Arrêté du 1er août 1997
(BO hors série n°8 du 2 octobre 1997)

I. Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

Ces objectifs et capacités sont définis dans la partie IV (pages 5 et 6)

II. Algèbre, probabilités

1. ALGEBRE

Les élèves doivent savoir reconnaître et traiter, en présence de données graphiques ou numériques, une situation de proportionnalité et en particulier de pourcentages. Ils doivent être familiarisés avec *la description de situations discrètes simples* conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.

Pour les équations et inéquations numériques, il convient non seulement de connaître des techniques de résolution, mais aussi d'apprendre à mettre en équation des problèmes issus de situations variées et à interpréter les résultats obtenus au regard du problème posé. Les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions, l'emploi des calculatrices est un outil efficace.

Programme	Commentaires
Suites arithmétiques et géométriques définies respectivement par $u_{n+1} = u_n + a$ et $u_{n+1} = bu_n$ et une valeur initiale u_0 . Expression du terme de rang p . Calcul de $1 + 2 + \dots + n$ et de $1 + b + b^2 + \dots + b^n$.	L'étude générale des suites et la notion de convergence sont en dehors du programme.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de situations de proportionnalité, de calculs de pourcentages et de taux.	Pour l'ensemble des travaux pratiques, on insistera sur la phase de mise en équation, on évitera de multiplier les exemples posés a priori et on se gardera de tout excès de technicité. On choisira autant que possible des situations issues de la géométrie, des arts graphiques (changements d'échelles...) et de la vie économique et sociale (intérêts simples, intérêts composés, démographie...).
Exemples d'étude de situations conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.	
Exemples de résolution et interprétation graphique de systèmes d'équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.	La résolution d'équations ou de systèmes avec paramètre est hors programme.

2. PROBABILITES

Au collège et en seconde, les élèves ont étudié la description de séries statistiques à une variable. Le programme de première STI comporte un premier contact avec les probabilités. L'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire quelques expériences aléatoires* simples, et à *calculer des probabilités*. On évitera tout développement théorique. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'étude de séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque cette expérience est répétée un grand nombre de fois. La description d'expériences aléatoires amène aussi à organiser des données : on se limitera à *quelques* exemples permettant de mettre en valeur les idées, mais ne comportant pas de difficultés combinatoires.

Il est important que les élèves puissent se familiariser avec les probabilités pendant une durée suffisante ; l'étude de ce chapitre ne doit pas être bloquée en fin d'année.

Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement est définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Événements disjoints (ou incompatibles), événement contraire, réunion et intersection de deux événements. Cas où les événements élémentaires sont équiprobables.	Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire $\bar{A}$.
---	--

Travaux pratiques

Exemples simples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire.	On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant de difficultés techniques de dénombrement.
Exemples simples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).	L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme. Dans certaines situations, par exemple l'étude de caractères d'une population, les événements élémentaires ne sont pas donnés <i>a priori</i> ; on les construit en effectuant une partition de la population.

III. Fonctions numériques

Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :

- Exploiter la *dérivation* pour l'étude locale et globale des fonctions ;
- Acquérir une *bonne maîtrise des fonctions usuelles* indiquées dans le programme et un certain savoir-faire, toutes les indications utiles étant fournies, pour l'étude de fonctions qui sont construites à partir de celles-ci par des opérations simples.

Comme en seconde, on mettra en valeur l'utilité du concept de fonction pour l'étude des *phénomènes continus* ; on exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques, des arts appliqués et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

Le programme combine les *études qualitatives* (croissance, allure des représentations graphiques...) avec les *études quantitatives* (majorations, recherche de maximums, approximation d'un nombre à une précision donnée...). On exploitera systématiquement les *interprétations graphiques* et les *problèmes numériques*.

1. COMPORTEMENT GLOBAL ET ASYMPTOTIQUE D'UNE FONCTION

Pour l'étude des fonctions, on s'appuiera sur les aspects numériques et les interprétations *graphiques*.

Comme en seconde, le programme se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle*. L'intervalle de définition sera indiqué. *Toute recherche d'ensembles de définition est exclue*.

Quelques énoncés sur les limites figurent au programme. Ils ne constituent pas un objectif en soi, mais visent seulement à faciliter, le cas échéant, l'étude du comportement aux bornes de l'intervalle et notamment du comportement asymptotique au voisinage de $+\infty$; on évitera de multiplier les exemples posés *a priori* et toutes les indications nécessaires doivent être données.

La définition des limites par $(A; \alpha)$ ou $(\epsilon; \alpha)$ et la notion de continuité sont hors programme.

a) Comportement global d'une fonction

Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (parité, maximums, minimums, monotonie) ont été mis en place en seconde. Les activités sur les fonctions conduisent à introduire les notations $f = g, \lambda f, f + g, fg, g \circ f, f \geq 0, f \geq g$, et à définir la restriction d'une fonction à un intervalle.

Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé général sur les fonctions (statut mathématique du concept de fonction, notion d'ensemble de définition, opérations algébriques, composition, relation d'ordre).

Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les règles donnant le sens de variation d'une fonction composée de deux fonctions monotones.

b) Langage des limites

Limite en $+\infty$ des fonctions :

$$x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x}.$$

Limite en $+\infty$ des fonctions :

$$x \mapsto \frac{1}{x}, x \mapsto \frac{1}{x^2}, x \mapsto \frac{1}{x^3}, x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Introduction des notations $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Notion d'asymptote horizontale.

Limite en zéro des fonctions citées ci-dessus.

Introduction de la notation $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

Notion d'asymptote verticale.

Dire que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ signifie aussi que $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = L$.

Dans le cas d'une limite finie L , dire que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ signifie aussi que $\lim_{x \rightarrow a} |f(x) - L| = 0$ ou encore que $f(x) = L + \varphi(x)$, où $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 0$.

c) Opérations sur les limites (admis)

Limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.

Pour cette introduction, on s'appuiera sur des expérimentations numériques et graphiques portant notamment sur les fonctions de référence ci-contre. Pour donner une idée du cas général, on peut dire, par exemple, que $f(x)$ est supérieur à $10, 10^2, \dots, 10^9, 10^p$, dès que x est assez grand.

Cette introduction ne fait l'objet que d'une brève extension du cas étudié ci-dessus : ici aussi, on s'appuiera sur quelques expérimentations graphiques et numériques.

On convient que, dans le cas où a appartient à l'intervalle de définition de f , $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

On soulignera le fait que, par translation, l'étude d'une fonction $x \mapsto f(x)$ au point a se ramène à l'étude de la fonction $b \mapsto f(a+b)$ au point 0.

On dispose d'un énoncé analogue pour les limites en $+\infty$ et en $-\infty$.

Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude et d'en donner une liste complète. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme, ainsi que l'étude de la limite d'une fonction composée.

2. DERIVATION

La dérivation constitue l'objectif essentiel du programme d'analyse de première ; cet objectif est double :

- Acquérir une bonne idée des différents aspects de la dérivation en un point ;
- Exploiter les énoncés du programme concernant les *fonctions dérivées* pour l'étude des fonctions.

Il est important que les élèves puissent *pratiquer* la dérivation pendant une durée suffisante ; il convient donc d'aborder ce chapitre assez tôt dans l'année.

a) Approche graphique du nombre dérivé

Tangente en un point à une courbe d'équation $y = f(x)$.

Cette notion est obtenue graphiquement ; elle n'a pas à être définie. On peut alors approcher localement un arc de courbe par un segment de tangente et apprécier la qualité de cette approximation au moyen de mesures graphiques (éventuellement après agrandissement).

Nombre dérivé d'une fonction en un point a .

On définit le nombre dérivé de f en a comme le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point a .

b) Dérivation en un point

Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions qui à b associent $(1+b)^2, (1+b)^3, \frac{1}{1+b}$.

Aspect géométrique : tangente.

Il convient de combiner l'expérimentation (graphique et numérique) et le raisonnement ; on mettra en valeur sur quelques exemples l'influence de la taille de l'intervalle sur la qualité de l'approximation. On montrera aussi que cette étude permet d'approcher, par exemple, $x \mapsto x^2$ au voisinage de 2.

Dire que la fonction f admet un nombre dérivé A au point a , signifie encore que $f(a+h)$ peut s'écrire au voisinage de 0 sous la forme $f(a+h) = f(a) + Ah + b\varphi(h)$, avec $\lim_{h \rightarrow 0} \varphi(h) = 0$.

Aspect mécanique : vitesse.

Limite en zéro du taux de variation $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Equation cartésienne de la tangente au point d'abscisse a .

c) *Dérivation sur un intervalle. Fonction dérivée*

Dérivée d'une somme, d'un produit par une constante, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.

Dérivée de $x \mapsto x^n$ (n entier relatif), de $x \mapsto \sqrt{x}$, de $x \mapsto \sin x$ et de $x \mapsto \cos x$.

Dérivée de $t \mapsto f(at+b)$.

d) *Application à l'étude du comportement local et global des fonctions* (résultats admis)

Si f est dérivable sur I et admet un maximum local (ou un minimum local) en un point a distinct des extrémités de I , alors $f'(a) = 0$.

Si f est dérivable sur l'intervalle I et si la dérivée f' est nulle sur I , alors f est constante sur I .

Si f est dérivable sur I , et si f' est positive sur I , alors f est croissante sur I .

Si f est dérivable sur $[a;b]$, où $a < b$, et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a;b[$, alors f est strictement croissante sur $[a;b]$ et, pour tout élément λ de $[f(a); f(b)]$ l'équation $f(x) = \lambda$ admet une solution et une seule dans $[a;b]$.

Énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.

On note $f'(a)$ le nombre dérivé A de f en a .

On observera que, pour construire la tangente, il suffit de connaître son coefficient directeur, c'est-à-dire $f'(a)$; le recours à l'équation cartésienne est inutile.

Les démonstrations des règles de dérivation ne sont pas exigibles, mais on mettra en valeur l'idée fondamentale qui conduit à ces résultats : les termes d'ordre supérieur à 1 c'est-à-dire du type $b\varphi(h)$ où $\lim_{h \rightarrow 0} \varphi(h) = 0$ sont négligeables dans les calculs.

Les élèves doivent connaître les règles de dérivation et savoir les appliquer à des exemples ne présentant aucune complication technique, tels que $x + \frac{1}{x}$ ou $\frac{x}{x^2+1}$, ou encore $x(x-1)^2$.

Pour les fonctions composées $t \mapsto f(u(t))$, le programme se limite au cas où $u(t) = at+b$. Les démonstrations de ces règles ne sont pas au programme. La notation différentielle peut être donnée en liaison avec les autres matières, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible en mathématiques.

On mettra en valeur les interprétations graphiques et cinématiques des énoncés de ce paragraphe.

On observera d'abord que, si f est croissante sur I , alors f' est positive sur I .

Travaux pratiques

	Dans l'ensemble des travaux pratiques, On exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et des arts appliqués.
Obtention des valeurs d'une fonction d'une variable à l'aide d'une calculatrice.	En classe, on pourra aussi déterminer des valeurs d'une fonction grâce à un tableur.
Exemples d'étude de comportements de fonctions tels que : signe, variations, maximums et minimums, représentations graphiques dans un repère orthonormal (ou orthogonal).	Il convient de combiner les différents outils du programme (majorations, encadrements, dérivation, emploi des calculatrices et des représentations graphiques) pour étudier
Étude, sur des exemples numériques, de fonctions du type $x \mapsto ax^2 + bx + c$, $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$, $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$.	des <i>fonctions de type varié</i> , telles que $x^3 + 2x$, $x + \frac{1}{x} - 2$, $\frac{x}{x^2 + 1}$, mais on évitera tout exemple présentant des difficultés techniques.
	Certaines situations peuvent impliquer l'étude de branches infinies ; on se bornera à des exemples très simples, portant sur des fonctions homographiques ou telles que $x \mapsto x + \frac{1}{x}$ et des indications sur la méthode à suivre doivent être fournies.
	L'étude de fonctions construites à partir des fonctions circulaires n'est pas un objectif du programme, de même que la fonction tangente.
Exemples simples d'étude, à partir de la courbe représentative d'une fonction f connue, de la courbe représentative de fonctions telles que $f + \lambda$, λf , $f(x + \lambda)$, $f(\lambda x)$, $ f $,	Cette étude sera interprétée en termes de changement d'origine ou d'échelle en privilégiant les situations issues des arts graphiques.
Exemples de lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique.	L'exploitation d'une donnée graphique a un double intérêt : contrôler des résultats ; suggérer des propriétés, que l'on peut alors justifier si l'on dispose d'une étude de la fonction.
Exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$, ou d'inéquations $f(x) \leq \lambda$.	
Exemples d'études de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques, des arts appliqués et de la vie économique et sociale...).	On s'attachera à interpréter les résultats (variations, signe, extremums, asymptotes...). On pourra exploiter quelques problèmes d'optimisation d'origine géométrique.
Résolution algébrique d'une équation du second degré.	La forme canonique du trinôme est à relier à l'étude de la fonction associée et à la symétrie de la parabole associée. Toute étude introduisant des paramètres est exclue.

IV. Géométrie

Toutes les activités technologiques utilisent des représentations graphiques et des figures, d'où l'importance de la géométrie dans les classes de première STI, spécialité « arts appliqués ». Mais il n'y a pas lieu de s'étendre sur les aspects théoriques et *tout point de vue axiomatique est exclu* ; il s'agit, comme au collège et en seconde, de développer une certaine maîtrise du plan et de l'espace par la *pratique des figures*. Le programme est organisé autour des objectifs suivants :

- La pratique de *l'outil vectoriel* dans le plan et sa mise en place dans l'espace, en relation avec l'étude de *configurations* : le programme comporte une brève introduction du *produit scalaire* et une étude élémentaire de la parabole ;
- La description et l'étude de *solides simples* de l'espace ;

En liaison avec l'enseignement de la *physique* et des *arts appliqués*, la pratique de *techniques graphiques* jointe à une réflexion sur cette pratique. On pourra exploiter les systèmes graphiques (écrans, tables traçantes) et les logiciels de géométrie existant dans les établissements.

Comme en seconde, *la géométrie dans l'espace* est utilisée pendant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis d'algèbre, d'analyse et de géométrie plane.

1. GEOMETRIE PLANE

Quelques activités permettront, en cas de besoin, de consolider les acquis concernant les vecteurs du plan, notamment l'expression de la norme d'un vecteur et la condition d'orthogonalité de deux vecteurs en un repère orthonormal ; *on évitera en revanche les révisions systématiques*.

Introduction du produit scalaire :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x x' + y y'$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \theta$$

La ligne directrice peut être de mettre en place la formule $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ en exploitant, dans un triangle ABC quelconque, la différence $BC^2 - (AB^2 + AC^2)$ sous $\|\vec{v} - \vec{u}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$ à l'aide du calcul des normes déjà rencontré en seconde.

Caractérisation d'une droite par $\vec{k} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$.

Les élèves doivent savoir déterminer un vecteur normal à une droite donnée par une équation.

Équation d'un cercle de centre et de rayon donnés :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

La détermination du centre et du rayon d'un cercle donné par son équation cartésienne développée n'est pas exigible des élèves.

Définition d'une parabole par foyer et directrice. Equation d'une parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet.

2. GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Vecteurs : somme et produit par un nombre réel.

L'extension à l'espace des propriétés des vecteurs du plan se fera de façon intuitive.

Norme d'un vecteur, vecteurs orthogonaux. Bases orthonormales ; repères orthonormaux.

Expression analytique du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale.

On admettra l'extension à l'espace du produit scalaire et de ses propriétés.

Travaux pratiques

Exemples de calculs de distances, d'angles, d'aires et de volumes, dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.

Exemples d'utilisation de translations, symétries, rotations, homothéties, affinités pour transformer des configurations planes.

Exemples simples de recherche et de représentation (en perspective ou en vraie grandeur) de sections planes (sections de prismes et de pyramides par des plans parallèles au plan de base ; méridiennes et parallèles de surfaces de révolution...).

Exemples d'utilisation de projections orthogonales : transformée d'une configuration plane extraite d'un solide.

Toute technicité particulière doit être évitée dans l'étude des triangles ; les élèves doivent connaître les formules suivantes :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

Pour les polygones réguliers, on se limitera à des cas simples tels que : triangle et hexagone, carré et octogone.

Comme dans les classes antérieures, pour l'ensemble des activités sur les configurations de l'espace, les élèves doivent être entraînés à l'emploi fréquent de croquis perspectifs avec ponctuation. On s'assurera qu'ils ont une bonne pratique des règles permettant la réalisation de tels croquis, mais tout exposé sur la perspective cavalière est exclu. Ces activités sont menées avec l'enseignement des représentations conventionnelles de l'image.

VI. PROGRAMME DE TERMINALE STI Spécialité ARTS APPLIQUES

Arrêté du 1er août 1997
(BO hors série n°8 du 2 octobre 1997)

I. Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

Ces objectifs et capacités sont définis dans la partie IV (pages 5 et 6)

II. Géométrie

Les activités géométriques répondent à deux objectifs principaux :

- Entretenir la pratique des objets géométriques usuels du plan et de l'espace ;
- Exploiter des situations géométriques comme source de problèmes, notamment en analyse et, inversement, entretenir une vision géométrique grâce à la mise en œuvre systématique d'activités graphiques (tracé de courbes, schémas...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme.

Le programme de géométrie comporte une étude élémentaire des coniques à centre, la parabole ayant été introduite en première, ainsi que des travaux pratiques mettant en œuvre les connaissances de géométrie du plan et de l'espace figurant au programme des classes antérieures, et notamment de seconde et première ; aucune autre connaissance n'est exigible des élèves.

Cet enseignement doit être mené en liaison avec celui concernant la pratique de techniques graphiques. On pourra exploiter les systèmes graphiques (écrans, tables traçantes) et les logiciels de géométrie existant dans les établissements.

Définition bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole, centre, sommets, équation cartésienne réduite.

Représentation paramétrique de l'ellipse rapportée à ses axes.

Ellipse projection orthogonale du cercle.

La génération par foyer et directrice de l'ellipse et de l'hyperbole pourra faire l'objet d'une activité mais aucune connaissance n'est exigible des élèves à ce propos.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de problèmes portant sur les objets usuels du plan et de l'espace (calculs de distances, d'angles, d'aires, de volumes...).

On étudiera quelques exemples simples d'analyse de la forme d'un objet usuel (par projection cylindrique ou famille de sections planes) et de modes de génération de tels objets (surfaces de révolution...) ; mais aucune connaissance sur ces questions n'est exigible des élèves.

L'étude de volumes pourra conduire à la résolution d'équations du type $x^3 = a$. Les élèves doivent connaître la notation $\sqrt[3]{a}$ et savoir déterminer, suivant les cas, la valeur exacte de ce nombre ou une valeur approchée à l'aide de la calculatrice ;

l'étude de la fonction $x \mapsto \sqrt[3]{x}$ est hors programme.

III. Analyse

Le programme d'analyse porte essentiellement sur les *fonctions*, ce qui permet d'étudier des situations *continues*.

L'objectif principal est d'exploiter la pratique de la dérivation pour l'étude globale et locale de fonctions usuelles et de fonctions qui s'en déduisent de manière simple ainsi qu'une pratique élémentaire du calcul intégral. Quelques problèmes majeurs fournissent un terrain pour cette étude : variations, recherche d'extremums, équations et inéquations.

Les activités sur les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés *a priori* ; il convient aussi d'étudier des *situations* issues de la géométrie, des arts appliqués et de la vie économique et sociale. De même, on exploitera systématiquement les *interprétations graphiques* des notions et des résultats étudiés et les *problèmes numériques* qui sont liés à cette étude.

1. FONCTIONS NUMERIQUES : ETUDE LOCALE ET GLOBALE

Pour l'étude des fonctions, on s'appuiera sur les aspects numériques et les interprétations *graphiques*.

Le programme se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle* et porte, pour l'essentiel, sur le cas des fonctions possédant dans cet intervalle des dérivées jusqu'à un ordre suffisant. Certaines situations (signaux...) mettent en jeu des fonctions définies par morceaux ; la mise en place d'un cadre théorique est exclue : l'étude sera menée intervalle par intervalle. L'intervalle de définition sera indiqué. *Toute recherche a priori d'ensembles de définition est exclue.*

Pour la notion de limite, le point de vue adopté reste le même qu'en première les définitions par $(\epsilon; \alpha)$, $(\epsilon; A)$... sont hors programme. La continuité en un point et la continuité sur un intervalle sont hors programme.

a) Opérations sur les limites (admis)

Limite d'une fonction composée de la forme $t \mapsto f(at + b)$.

On consolidera les acquis des élèves sur les énoncés introduits en première : limite de la somme de deux fonctions, du produit d'une fonction par une constante, du produit de deux fonctions, de l'inverse d'une fonction, du quotient de deux fonctions.

b) Calcul différentiel

Dérivation d'une fonction composée.

Application à la dérivation de fonctions de la forme u^n , $n \in \mathbb{Z}$, $\exp u$, $\ln u$ ou de la $t \mapsto f(at + b)$.

La démonstration de cette règle n'est pas au programme.

En dehors des cas ci-contre; les fonctions que l'on compose doivent être mentionnées explicitement.

Primitives d'une fonction dérivable sur un intervalle :

Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées

Pour les primitives et le calcul intégral, le programme se limite au cas des fonctions dérivables.

L'existence des primitives est admise.

c) Fonctions usuelles

Fonction logarithme népérien et fonction exponentielle ; notation $\ln$ et $\exp$. Relation fonctionnelle, dérivation, comportement asymptotique.

Nombre e , notation e^x . Définition de a^b (a strictement positif, b réel).

L'ordre d'introduction et le mode d'exposition de ces fonctions n'est pas imposé ; les démonstrations d'existence et de dérivation ne sont pas au programme. Hormis les deux exemples de l'exponentielle et de la racine n -ième, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

Croissance comparée des fonctions de référence $x \mapsto \exp(x)$, $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(x)}{x^n} = +\infty ;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \text{ (} n \text{ entier naturel non nul).}$$

Les élèves doivent avoir une bonne pratique des représentations graphiques des fonctions étudiées dans ce paragraphe et des fonctions circulaires sinus et cosinus étudiées en première, et savoir en déduire celles des fonctions directement apparentées, telles que $t \mapsto \cos(\omega t)$, $t \mapsto e^{a\omega t}$.

Hormis les cas indiqués ici, l'étude de fonctions de la forme $x \mapsto f(\cos x; \sin x)$ est hors programme.

Travaux pratiques

Obtention des valeurs d'une fonction d'une variable à l'aide d'une calculatrice.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, On exploitera largement des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et des arts appliqués.

En classe, on pourra aussi déterminer des valeurs d'une fonction grâce à un tableur.

Etude du sens de variation d'une fonction, recherche de son signe, recherche des extremums. Recherche de la limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$ Tracé de la courbe représentative d'une fonction	L'étude du signe de la dérivée ne doit présenter aucune difficulté. Pour l'étude des branches infinies, et notamment pour la mise en évidence d'asymptotes, on se limitera à des exemples très simples ; on montrera tout le parti qu'on peut tirer graphiquement de formes telles que $x \mapsto a + g(x)$ ou $x \mapsto ax + b + g(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Pour l'obtention de telles formes toutes les indications utiles devront être fournies aux élèves.
Lecture de propriétés d'une fonction à partir de sa représentation graphique. Etude d'équations $f(x) = \lambda$, ou d'inéquations $f(x) \leq \lambda$.	
Exemples d'étude de phénomènes exponentiels discrets (suites géométriques) ou continus (fonctions exponentielles) issus de situations économiques et sociales.	
Exemples de recherche de solutions approchées d'une équation numérique.	On pourra, sur des exemples, explorer et itérer quelques méthodes ; mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves.

2. NOTIONS DE CALCUL INTEGRAL

L'objectif est double :

- Familiariser les élèves avec quelques problèmes *relevant du calcul intégral* et qui, en retour, *donnent du sens à la notion d'intégrale* : calcul de grandeurs géométriques (aires, volumes...).
- Fournir aux élèves le *symbolisme* très efficace du calcul intégral.

On combinera les activités de *calcul exact* d'intégrales (qui mettent en œuvre le calcul de primitives) et les activités *d'encadrement* et de *calcul approché* (qui, de façon complémentaire, exploitent des idées géométriques à partir d'interprétations graphiques).

a) Intégrale d'une fonction sur un segment

Etant donné une fonction f dérivable sur un intervalle I et un couple (a, b) de points de I , le nombre $F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f , est indépendant du choix de F ; on l'appelle intégrale de a à b de f et on le note $\int_a^b f(t)dt$.

Dans le cas d'une fonction positive, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

b) Propriétés de l'intégrale

Relation de Chasles.

Linéarité

$$\int_a^b (\alpha f + \beta g)(t)dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt.$$

Positivité

Si $a \leq b$ et si $f \geq 0$, alors $\int_a^b f(t)dt \geq 0$.

Intégration d'une inégalité.

Inégalité de la moyenne

Si $m \leq f \leq M$ et $a \leq b$,

$$\text{alors } m(b-a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(b-a)$$

Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme : on admettra son existence et ses propriétés élémentaires.

Il convient d'interpréter en terme d'aires certaines de ces propriétés (relation de Chasles, intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction...) afin d'éclairer leur signification.

Valeur moyenne d'une fonction.	La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique.
c) <i>Techniques de calcul</i> Lecture inverse des formules de dérivation : primitives des fonctions de la forme $t \mapsto f'(at+b)$, $(\exp u)'$, $u^n u'$, où $n \in \mathbb{Z}$, $n \neq -1$, et $\frac{u'}{u}$ (u étant à valeurs strictement positives).	Les élèves doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une de ces formes.

Travaux pratiques

Exemples de calcul d'intégrales à l'aide d'une primitive.	
Calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral. Exemples de calcul de volumes de solides usuels (boules, prismes, cylindres, pyramides, cônes, volumes de révolution...).	En liaison avec l'étude de configurations géométriques et l'enseignement des autres sciences, on pourra être amené à donner des applications au calcul d'autres grandeurs géométriques ou physiques. Aucune connaissance sur ces questions n'est exigible des élèves en mathématiques.
Exemples de calcul de valeurs approchées d'une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction.	On se limitera à des exemples très simples et les encadrements à utiliser devront être fournis.

3. PROBABILITES

Quelques notions de calcul des probabilités ont été introduites en première ; en terminale, on poursuit l'étude de phénomènes aléatoires. Comme en première on se limite à des ensembles finis ; toute théorie formalisée est exclue et les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance et de probabilité produit ne sont pas au programme.

Evénements disjoints (ou incompatibles), événement contraire, réunion et intersection de deux événements.	Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire $\bar{A}$, et savoir utiliser la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.
---	--

Travaux pratiques

Exemples simples d'emploi de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à des situations aléatoires.	L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.
Exemples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).	On conserve le même point de vue qu'en première ; en particulier, on s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.

