Fonction 3 : fonction linéaire et affine

Objectifs : *Définition.*
Déterminer une fonction affine.
Etudier le sens de variation d'une fonction affine.
Tableau de signes (graphiquement)

1) Fonction affine

Fonction affine : Soient a et b deux nombres réels ; la fonction affine f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\boldsymbol{f(x)= ax + b}$

Rq) Si b = 0 alors $f(x) = ax$; c'est une fonction linéaire. (Une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine)
Si a = 0 alors $f(x) = b$; c'est une fonction constante.

Propriété : quels que soient les nombres réels x_1 et x_2 , les accroissements $x_2 - x_1$ de la variable sont proportionnels aux accroissements $f(x_2) - f(x_1)$ de la fonction.

Le rapport $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ est constant = coefficient de proportionnalité = a

Propriété : Si a > 0 la fonction f est strictement croissante,
Si a < 0 la fonction f est strictement décroissante.

Exercice 1 : Donner les sens de variations des fonctions suivantes $f(x) = -3x + 4$; $g(x) = 0{,}5x - 1$ et $h(x) = -5x$.

Exercice 2 : Déterminer la fonction affine f telle que $f(-1) = 5$ et $f(2) = -4$

2) La représentation graphique d'une fonction affine

La représentation graphique d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ est la **droite** d'équation $y = ax + b$.

a est appelé **coefficient directeur** (= pente) de la droite, et **b** est **l'ordonnée à l'origine**.

Exercice 2 : Dans un repère (O ; I, J) quelconque, tracer les représentations graphiques des fonctions $f(x) = \dfrac{2}{3}x-4$; $g(x)=\dfrac{-4}{5}x+3$; $h(x) = 2x - 5$.

Méthodes : * Calculer les coordonnées de 2 points quelconques de la droite (tableau de valeurs)

* ou bien directement sur le graphique : Placer p en premier sur l'axe des ordonnées, puis si a = $\dfrac{n}{d}$ alors se déplacer en abscisses (horizontalement) de d et en ordonnées (verticalement) de n.

car **a** = $\dfrac{y}{x}=\dfrac{\text{"ordonnées"}}{\text{"abscisses"}}$

3) Signe d'une fonction affine

Si a > 0

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
ax+b		-	0	+	

Si a < 0

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
ax+b		+	0	-	

Ou en général

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
ax+b		**Signe de (-a)**	**0**	**Signe de a**	

Exercice 3 : Déterminer le tableau des signes de $-3x+2$; $2x-5$;