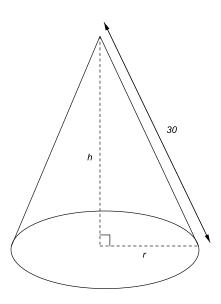
DM $n^{\circ}4$ de MATHEMATIQUES

Pour Mardi 8 juillet 2008

On apportera un soin à la qualité de la rédaction et à la tenue de la copie.

Exercice 1. Le problème du cornet de marrons chauds

Objectif : Trouver tous les cônes de révolution dont la longueur de la génératrice est 30cm et qui sont de volume maximal.



- 1. Justifier que $r^2 + h^2 = 900$ [1].
- 2. Vérifier que :
 - si on exprime h en fonction de r à partir de [1], alors l'expression de V en fonction de r comporte une racine,
 - alors que si on exprime r en fonction de h à partir de [1], on obtient pour V un polynôme en h (ce qui est plus simple à dériver).
- 3. Vérifier que le volume V, en fonction de h, est :

$$V(h) = \frac{\pi}{3}(900h - h^3)$$
 avec $h \in [0; 30]$

- 4. Calculer alors V'(h) et résolvez V'(h) > 0.
- 5. Déduisez-en les variations de V et la valeur de son maximum avant de conclure.

Rappel : Le volume d'un cône est donné par $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.