

DM n°3 de MATHÉMATIQUES
Pour Mardi 10 juin 2008

On apportera un soin à la qualité de la rédaction et à la tenue de la copie.

Exercice 1. Equation trigonométrique

Résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi]$, l'équation :

$$\cos(3x) = \sin(x)$$

et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Exercice 2. Géométrie dans l'espace

On considère un tétraèdre $ABCD$, I et J les milieux de $[AB]$ et $[CD]$, et K et L les points tels que :

$$\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{BL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

Les points I , J , K et L sont-ils coplanaires ?

1. faire une figure en perspective que l'on complètera au fur et à mesure.
2. Montrer que (IK) passe par le symétrique M de B par rapport à D .
3. Montrer que M , J et L sont alignés
4. En déduire la section du tétraèdre par le plan (IJK) et conclure.

Exercice 3. Naufrage

Lors d'un naufrage, le capitaine d'un bateau tire une fusée de détresse verticalement à l'instant $t = 0$. Cette fusée s'élève suivant la loi horaire : $y(t) = 2,5 + 40t - 5t^2$. ($y(t)$ désigne l'altitude de la fusée en mètres à l'instant t secondes).

1. De quelle hauteur est tirée la fusée ?
2. Calculer la vitesse de la fusée à l'instant t ; en déduire sa vitesse initiale.
3. Quelle hauteur maximale atteint-elle ?
4. A quel instant (au centième de seconde près) la fusée tombe-t-elle dans l'eau ?

Exercice 4. Trinôme

Soit f la fonction trinôme définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ de courbe (P) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . Déterminer les réels a , b et c sachant que la tangente à (P) en $A(1; 2)$ a pour coefficient directeur -2 et la tangente à (P) au point d'abscisse $\frac{5}{2}$ est horizontale.