

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES

CYCLE TERMINAL

INTRODUCTION

I - Objectifs généraux

La formation en mathématiques est conçue pour favoriser la poursuite d'études supérieures dans le domaine des sciences médico-sociales ou de l'entrée dans la vie professionnelle. La prise en compte de la diversité des parcours antérieurs des élèves est essentielle.

Quelques lignes directrices

L'enseignement des mathématiques doit être relié à celui des autres disciplines afin, d'une part, de fournir les outils permettant de suivre avec profit les autres enseignements et, d'autre part, de proposer des situations issues d'autres champs disciplinaires. Le cadre et le vocabulaire théoriques doivent rester modestes, mais suffisamment efficaces pour répondre aux besoins mathématiques des autres disciplines.

Les approches numériques, qui facilitent la compréhension des notions mathématiques, doivent tenir une large place. Les élèves doivent utiliser une calculatrice graphique ainsi que l'ordinateur.

Les activités graphiques doivent, elles aussi, tenir une place importante. Elles développent qualité de soin et de précision, pertinence des interprétations. Elles mettent l'accent sur des travaux combinant un savoir-faire manuel, un appel à l'intuition et une réflexion théorique. Il est nécessaire d'insister sur l'importance du travail personnel des élèves, tant en classe qu'en dehors de la classe, indispensable non seulement pour affermir les connaissances de base et les réinvestir dans des exemples simples mais aussi pour élargir le champ de leurs connaissances.

Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation. L'usage largement répandu des moyens actuels de traitement de l'information et de communication exige de développer les capacités de communication écrite et orale sous toutes les formes usuelles.

II - Mathématiques et usage de l'informatique

L'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi d'alimenter le travail de recherche, de contrôler les résultats. Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice graphique dans les situations liées au programme de la classe. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- savoir effectuer les opérations sur les nombres, savoir comparer des nombres et savoir donner une valeur approchée à la précision attendue ;
- savoir utiliser les touches des fonctions figurant au programme de la série ;
- savoir tabuler les valeurs d'une fonction et représenter graphiquement une fonction dans une fenêtre utile ;
- savoir saisir et traiter une série statistique.

D'autre part, l'emploi en mathématiques des outils informatiques existant dans les établissements est désormais indispensable : utilisation d'ordinateurs par les élèves, utilisation en classe entière d'un ordinateur équipé d'un système de vidéo-projection. Dans ce cadre, l'utilisation des divers logiciels pédagogiques ou scientifiques

actuels (tableurs, grapheurs,...) facilite l'acquisition et l'application des notions devant être étudiées, par la richesse et la variété des exemples pouvant être traités. Il convient qu'en ce domaine les professeurs déterminent en chaque circonstance la stratégie d'utilisation la mieux adaptée afin de mettre l'outil informatique au service des apprentissages.

On veut souligner ici deux aspects du lien entre mathématiques et informatique :

- il ne s'agit pas de devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel, mais de savoir reconnaître certaines questions susceptibles d'être illustrées et résolues grâce à l'ordinateur et de savoir interpréter les réponses qu'il fournit ; l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche scientifique ;
- l'informatique facilite le traitement de l'information chiffrée, l'étude des suites et des fonctions, la résolution numérique d'équations et d'inéquations, les calculs statistiques et la pratique de la simulation.

III - Organisation de l'enseignement et du travail des élèves

1 - Le cadre général

Il est essentiel d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties du programme, en ne perdant pas de vue qu'un temps nécessaire doit être dévolu à la maturation des nouveaux concepts. En particulier, il convient d'aborder assez tôt les points essentiels du programme, afin de les faire fonctionner de façon efficace, de les approfondir de façon progressive, de ne pas bloquer en fin d'année les notions nouvelles nécessitant une démarche spécifique (par exemple le calcul des probabilités).

Le texte du programme définit les objectifs, précise les connaissances et savoir-faire que les élèves doivent acquérir et délimite le champ des problèmes à étudier, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement.

Toutes les indications mentionnées dans le programme valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation, y compris celles du baccalauréat ; en cas de doute, l'interprétation minimale doit prévaloir. Les programmes de la classe de première et de la classe terminale forment un tout ; dans chaque classe, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fournissent un champ de fonctionnement pour les capacités acquises dans les classes antérieures et permettent, en cas de besoin, de consolider ces acquis ; on évitera en revanche les révisions systématiques. Pour faciliter cette articulation, les différentes rubriques du programme comportent des indications sur la continuité des objectifs poursuivis.

2 - Objectifs et fonctions des différents types d'activité

2.1 Organisation du travail de la classe

Deux objectifs essentiels sont à poursuivre :

- entraîner les élèves à l'activité scientifique et promouvoir l'acquisition de méthodes : la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploitation de situations, de réflexion et de débat sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de synthèse dégageant clairement quelques idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée. Cela n'exclut pas la construction ordonnée de séquences de cours où des justifications rigoureuses de certains résultats obtenus sont données.

- développer les capacités de communication : qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite (prise de notes,

mise au point de la rédaction d'un énoncé ou d'un raisonnement...).

2.2 Organisation du travail personnel de l'élève

La résolution d'exercices et de problèmes doit aussi jouer un rôle central dans les travaux proposés aux élèves. Le choix de sujets d'étude en lien avec les disciplines technologiques est à privilégier. On sera attentif autant que possible à ne pas proposer des situations par trop artificielles. Les travaux individuels en temps libre sont l'occasion de développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite. Vu leur importance, ils doivent être réguliers, suffisamment fréquents mais de longueur modeste.

Les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours et des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats. De petites interrogations d'évaluation des compétences et des connaissances acquises sont envisageables afin de mieux assurer le contrôle de l'acquisition

des apprentissages. Les capacités à mettre en œuvre ne doivent en aucun cas dépasser les exigences mentionnées dans le programme. Ces devoirs doivent être suffisamment courts pour permettre à la grande majorité des élèves d'étudier l'ensemble des questions posées et de rédiger posément une solution.

IV - Présentation du texte du programme

Chaque chapitre comporte :

- un bandeau définissant les objectifs essentiels de ce chapitre et délimitant le cadre général d'étude des notions relatives à ce chapitre ;
- un texte en trois colonnes : à gauche, sont fixés les contenus qui déterminent les grandes lignes du programme ; au centre, les capacités attendues ; à droite, un commentaire précisant le sens et les limites à donner à certaines questions, et repérant le cas échéant l'interaction du sujet étudié avec d'autres figurant au programme de mathématiques ou d'autres disciplines.

CLASSE DE PREMIÈRE

Il est indispensable que l'enseignement des mathématiques soit relié à celui des autres disciplines sous deux aspects principaux :

- organisation concertée des activités d'enseignement afin que, en particulier, l'ordre dans lequel les différentes parties du programme sont abordées tienne compte, dans la mesure du possible, des besoins des autres enseignements ;
- étude de situations issues de ces disciplines.

I - Information chiffrée et suites numériques

La maîtrise du traitement de données numériques est un objectif essentiel.

Elle oblige à :

- la manipulation aisée des pourcentages pour lesquels il convient de différencier l'expression d'une proportion de celle d'une variation relative ;
- la familiarisation avec les suites nécessaires à la modélisation de situations discrètes simples.

On favorisera l'utilisation de données provenant des autres disciplines afin de développer l'esprit critique vis-à-vis des informations chiffrées. L'usage d'un tableur-grapheur s'avère dans cette partie indispensable.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Pourcentages Coefficient multiplicatif. Approximation linéaire dans le cas de faibles pourcentages.</p>	<p>Reconnaître des pourcentages d'évolution : augmentations et baisses successives. Additionner et comparer des pourcentages : pourcentages relatifs à un même ensemble, comparaison de deux pourcentages relatifs à deux ensembles de référence distincts. Déterminer et analyser des pourcentages de pourcentages. Analyser des variations d'un pourcentage. Apprendre à distinguer les pourcentages décrivant le rapport d'une partie au tout des pourcentages d'évolution (augmentation ou baisse).</p>	<p>On s'appuiera essentiellement sur des données biologiques, socio-économiques, historiques et géographiques pour réinvestir toutes les connaissances antérieures relatives aux pourcentages ; on étudiera des exemples présentés sous diverses formes (tableaux à double entrée, graphiques...).</p> <p>À partir d'activités, on travaillera sur le sens des pourcentages étudiés et la légitimité des opérations faisant intervenir des pourcentages. Le lien avec les autres parties du programme (fonctions, statistique...) devra être envisagé.</p>
<p>Tableur-Feuilles automatisées de calcul Exploration des fonctionnalités du tableur, réalisation d'une feuille de calcul et interprétation des résultats obtenus. Exemples simples d'étude de situations de proportionnalité, de calculs de pourcentage et de taux.</p>	<p>Expliciter les relations entre les diverses cellules de cette feuille. Réaliser une feuille automatisée de calcul à partir d'un texte, comportant quelques règles et contraintes assez simples. Construire et interpréter un tableau de pourcentages en divisant chaque cellule par : - la somme de toutes les cellules ; - la somme des cellules de la même ligne ou colonne.</p>	<p>Il s'agit de repérer certains concepts, notions et outils mathématiques mis en œuvre lors de l'utilisation d'un tableur (notamment les notions de variable, de fonction, de moyenne pondérée).</p> <p>À partir d'exemples, on s'attachera à comprendre comment se font les modifications de toutes les cellules de la feuille de calcul lorsqu'on change une donnée, une pondération ou une règle de calcul.</p> <p>L'utilisation sur des exemples simples des fonctions logiques (SI...ALORS...SINON) est recommandée en vue de la préparation à certains concours.</p>
<p>Suites numériques Les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions l'emploi de la calculatrice et du tableur est recommandé. On choisira autant que possible des situations issues des sciences biologiques et de la vie économique et sociale.</p>		
<p>Modes de génération de suites numériques.</p>	<p>Prolonger des listes proposées. Construire la représentation graphique des termes d'une suite.</p>	<p>Pour l'ensemble des notions mises en œuvre on insistera sur la phase de modélisation de situations concrètes, on évitera de multiplier des exemples posés a priori et on se gardera de tout excès de technicité. On choisira autant que possible des situations issues des sciences biologiques et de la vie économique et sociale.</p>
<p>Suites arithmétiques Exemples de suites ayant un accroissement constant ; calcul du n-ième terme. Calcul sur tableur des n premiers termes d'une telle suite et la représentation graphique correspondante.</p> <p>Suites géométriques Exemples de suites ayant un accroissement relatif constant ; calcul du n-ième terme. Calcul sur tableur des n premiers termes d'une telle suite ; représentation graphique correspondante ; comparaison avec le cas d'une croissance linéaire. Intérêts composés.</p>	<p>Reconnaître la nature arithmétique d'une suite finie de nombres à partir de sa représentation graphique.</p>	<p>C'est l'occasion de réinvestir les connaissances sur les fonctions affines.</p> <p>On utilisera ce résultat dans le cadre de situations rencontrées dans d'autres disciplines. Pour les suites géométriques, on se limite aux suites à termes positifs. On pourra prendre comme exemple de référence l'étude de l'accroissement (ou diminution) d'une population ou l'évolution d'un capital placé à intérêts composés ou toute autre situation issue de la biologie ou de la médecine.</p>

II - Statistique et probabilités

L'étude de ce chapitre doit constituer un moment important de la formation des élèves (développement de l'esprit critique, capacité à analyser les résultats d'une enquête...). Il est donc nécessaire que les élèves disposent d'un temps suffisant pour se familiariser avec ces notions.

En statistique, la lecture et la réalisation de tableaux et de graphiques ont fait l'objet d'activités au collège et en seconde. Les élèves de seconde générale et technologique ont abordé les notions de fluctuation d'échantillonnage et de simulation.

Les situations étudiées dans le cycle terminal sont plus complexes et issues, notamment, de la vie économique et sociale ainsi que de la biologie (tableaux à double entrée, graphiques associés...), et de nouveaux résumés statistiques sont introduits. Ces situations servent de support pour entraîner les élèves à la pratique de la démarche statistique en tirant parti des possibilités offertes par les calculatrices et les outils informatiques. À cette occasion, il conviendra de développer l'autonomie des élèves pour lire et interpréter des tableaux, des graphiques ou des textes. La calculatrice et l'ordinateur seront largement utilisés, mais on s'entraînera aussi au calcul mental et au calcul posé en vue de concours ultérieurs.

Le symbole Σ sera utilisé avec parcimonie en liaison avec les fonctions de la calculatrice et l'utilisation du tableur.

Statistique

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Présentation des données Utilisation des connaissances antérieures.	Choisir la présentation la plus appropriée à une série. Être capable de comparer un même caractère sur deux populations grâce aux tableaux des fréquences, de lire des histogrammes à pas non constants.	On partira des acquis des classes antérieures sans effectuer de révision systématique. Pour un questionnement, l'utilisation des diagrammes tiges et feuilles est un outil souvent utilisé par certains praticiens. On pourra à cette occasion étudier des histogrammes à pas non constant et donc réinvestir la notion de proportionnalité (l'élève pourra apprendre à réaliser des histogrammes à pas constant ou non à "la main" pour des cas très simples ou l'aide de l'ordinateur). La construction systématique d'histogrammes à pas non constants n'est pas un objectif du programme. On pourra s'appuyer sur des représentations fournies par les médias. Les problèmes liés aux approximations lors de regroupement en classes seront évoqués.
Tableau à double entrée	Interpréter des situations simples conduisant à la représentation de partitions par un tableau à double entrée.	L'étude simultanée de deux caractères qualitatifs conduit naturellement à l'utilisation d'un tableau à double entrée.
Indicateurs de centralité Moyenne	Utiliser la calculatrice ou le tableur pour calculer une moyenne. Calculer une moyenne à partir des moyennes de sous-populations.	On mettra en évidence l'intérêt de ces notions notamment pour le calcul mental rapide sur des séries de petites tailles.
Médiane	Savoir lire et interpréter une valeur approchée de la médiane d'une série sur un graphique.	Le but est de caractériser une série par le couple médiane-intervalle interquartile ou par le couple moyenne-écart type, pour comparer deux populations ou deux caractères d'une même population. On montrera l'influence des variations des valeurs extrêmes de la série sur ces couples.
Indicateurs de dispersion Quantiles, déciles, intervalle interquartile, intervalle interdécile Diagramme en boîte	Interpréter l'écart type dont la lecture est effectuée à l'aide de la calculatrice ou du tableur. Comparer des populations de même moyenne et d'écart type différents.	La formule générale n'est pas exigible, un apprentissage de son application est à faire afin de comprendre l'intérêt de cet indicateur.
Écart type		

Probabilités

En probabilités, le programme est une première initiation. L'objectif est d'entraîner les élèves à décrire quelques expériences aléatoires simples et à calculer des probabilités. Il s'agit d'éviter tout développement théorique et d'introduire la notion de probabilité, en s'appuyant sur la notion de fluctuation d'échantillonnage mise en évidence par simulation. On soulignera les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois.

L'usage de la calculatrice ou d'un tableur permet d'enrichir le champ des expériences aléatoires simples.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Vocabulaire des probabilités (cas discret) Univers, événements, événements élémentaires. Réunion, intersection d'événements, événements disjoints (ou incompatibles), événement contraire.</p> <p>Probabilité d'un événement Cas où les événements élémentaires sont équiprobables. Sur des exemples simples, étude de cas où les événements élémentaires ne sont pas équiprobables.</p>	<p>Passer du langage probabiliste au langage courant ou vice versa.</p> <p>Dans des situations élémentaires : - reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, différents types de tirages aléatoires...); - calculer la probabilité de la réunion, de l'intersection de deux événements, d'un événement contraire.</p>	<p>Seul le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini est au programme. Les symboles \cup (réunion), \cap (intersection), et \bar{A} événement contraire) doivent être connus des élèves et il conviendra d'habituer ceux-ci à décrire ces événements à l'aide d'une phrase.</p> <p>La probabilité d'un événement est définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Les dénombrements devront être effectués uniquement sous forme schématisée. Les élèves seront entraînés à utiliser à bon escient les représentations telles que arbres, tableaux, diagrammes..., efficaces pour organiser et dénombrer les données relatives à la description et à la compréhension d'une expérience aléatoire et opérant pour résoudre des problèmes de probabilités simples. Toute utilisation de formules d'arrangement ou de combinaison est hors programme. On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités plutôt que des exemples comportant des difficultés techniques. En parallèle avec des activités expérimentales concrètes, on devra utiliser la calculatrice ou le tableur pour simuler ces expériences.</p>

III - Analyse

L'objectif de ce chapitre est de permettre aux élèves de voir l'apport des fonctions et de leurs représentations dans des situations variées. L'étude des variations d'une fonction entreprise dans les classes antérieures sera consolidée.

L'importance des représentations graphiques pour comprendre la notion de fonction exige d'y consacrer un temps suffisant et de les investir fréquemment tout au long de l'année tant dans des contextes purement mathématiques que dans d'autres situations. Il s'agit de convaincre les élèves de l'intérêt qu'il y a à exploiter les représentations graphiques, en particulier dans le cas où les méthodes algébriques connues des élèves sont inopérantes.

Le programme se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle rarement non borné. L'intervalle de définition sera indiqué. Toute recherche d'ensemble de définition est exclue.

La notion de nombre dérivé est abordée en classe de première afin de familiariser les élèves avec un concept qui sera approfondi en classe terminale. Il s'agit d'une première approche.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Fonctions et représentations graphiques	Résolutions graphiques d'équations et d'inéquations. Lectures graphiques et interprétation d'un tableau de variation.	On s'assurera à cette occasion que le vocabulaire mis en place en seconde est bien assimilé (sens de variation, extrema ...), mais il ne sera pas fait de révisions systématiques. Le travail sera amené par la pratique de problèmes. Il sera également fait référence à des représentations graphiques de fonctions dont on n'a pas l'expression algébrique, par exemple un électrocardiogramme. On choisira le plus souvent $I \subset]0; +\infty[$. La variable pourra souvent être appelée t et non x par référence au temps.
<p>Fonctions de référence : fonctions linéaires, fonctions affines, fonctions $t \mapsto t^2, t \mapsto 1/t, t \mapsto \sqrt{t}, t \mapsto t^3$.</p> <p>Nombre dérivé Coefficient directeur de la tangente en un point d'une courbe.</p> <p>Nombre dérivé en a</p> <p>Nombre dérivé en a des fonctions de référence.</p> <p>Tangente en un point à une courbe d'équation $y = f(t)$.</p>	<p>Tracer la courbe et dresser le tableau de variation des fonctions de référence sur un intervalle $I = [a; b]$.</p> <p>Comparer deux fonctions de référence : - graphiquement ; - algébriquement si les calculs n'exigent pas trop de technicité.</p> <p>Approche graphique de la notion de tangente à une courbe. Lire le coefficient directeur d'une tangente à une courbe sur un graphique.</p> <p>Construire la tangente en un point d'une courbe.</p>	<p>On s'appuiera en particulier sur des situations issues d'autres disciplines, afin d'illustrer par des exemples les notions de linéarité et de proportionnalité. À cette occasion, on mettra en évidence à partir de la représentation graphique, des vitesses de croissance variant différemment.</p> <p>On pourra résoudre, sur des exemples concrets, des équations et des inéquations du premier degré et des équations et inéquations simples du second degré ne nécessitant pas l'usage du discriminant. Le discriminant est hors programme. On procédera par des changements d'éclairage entre l'aspect algébrique et l'aspect graphique afin de donner du sens aux résolutions proposées.</p> <p>Parmi les approches possibles du nombre dérivé, on pourra faire observer, par exemple, avec un logiciel de géométrie dynamique, la position limite d'une sécante à une courbe lorsque cette sécante pivote autour d'un point, mais aucune théorie sur la notion de limite n'est au programme. La notion de vitesse permet aussi une autre approche pertinente.</p> <p>Le nombre dérivé de la fonction f en a, noté $f'(a)$, est le coefficient directeur de la tangente au point $A(a, f(a))$.</p> <p>Toute recherche, hors contexte, d'une équation de la tangente à une courbe n'est pas un objectif du programme.</p>

CLASSE TERMINALE

En prévision de poursuite d'études supérieures des élèves, on fera fonctionner dans toutes les parties du programme qui s'y prêtent, des activités sur la proportionnalité, les unités de mesure, les traductions en termes mathématiques de situations issues de la vie courante ou des autres disciplines.

I - Suites numériques

On en profitera pour réinvestir les connaissances du programme de première et l'utilisation du tableur.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Suites arithmétiques, suites géométriques</p> <p>Croissance et décroissance Somme de n termes consécutifs</p>	<p>Dans le cadre de résolution de problèmes, comparer deux suites géométriques, une suite géométrique et une suite arithmétique.</p>	<p>La démonstration de la formule donnant la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique est l'occasion de la mise en place d'un raisonnement déductif. Pour les suites géométriques, on se limite aux suites à termes positifs. Les formules, pour les sommes de termes de suites arithmétiques ou géométriques, ne sont pas exigibles et devront être rappelées dans tout exercice d'évaluation.</p>

II - Statistique et probabilités

Le programme de statistique fournit un terrain pour des activités pluridisciplinaires et pour la consolidation des techniques élémentaires de calcul : pourcentages, proportionnalité, usage de fractions...

Quelques notions de calcul des probabilités ont été introduites en classe de première.

Il s'agit en classe terminale de poursuivre le travail par l'étude du conditionnement.

Statistique

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Séries statistiques à deux variables :</p> <p>- qualitatives : tris croisés Étude fréquentielle, notion de fréquence de A sachant B.</p> <p>- quantitatives : tableaux d'effectifs, nuage de points associés, point moyen.</p> <p>Exemples d'ajustements.</p>	<p>Calculer dans des situations simples une fréquence de A sachant B à partir d'un tableau de données.</p> <p>Représenter graphiquement un nuage de points et son point moyen.</p>	<p>La notion de fréquence conditionnelle permet de montrer l'importance du choix de la population de référence pour le calcul statistique.</p> <p>Toute mise en place d'une méthode d'ajustement est hors programme. Toutes les indications seront fournies si nécessaire. On observera la forme du nuage et l'on pourra tracer, à main levée, dans les cas utiles la droite qui semble "proche" du nuage (droite d'ajustement).</p>

Probabilités conditionnelles

Quelques notions de probabilités ont été introduites en première ; en terminale, on en poursuit l'étude en s'attachant à étudier des situations (le plus souvent issues des sciences médico-sociales) permettant de bien saisir la démarche et le sens du calcul des probabilités et non des exemples comportant des difficultés techniques de dénombrement.

Les notions de conditionnement et d'indépendance sont à même de faciliter l'analyse des résultats d'une enquête et de favoriser le développement de l'esprit critique des élèves.