KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 80 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2020 - Corrigé du sujet « C »

1. Réponse **D.** $2020 + 202 = 2222$.

2. Réponse **D.** 

3. Réponse **C.** $6\times4 = 4\times6$. La réponse est donc 6.

4. Réponse **C.** La figure dessinée a 24 côtés. Il faut lui enlever ses 12 triangles extérieurs pour obtenir l'hexagone régulier dont le côté est égal à deux fois le côté des petits triangles.

5. Réponse **C.** Il y a 3 dates qui n'utilisent que les chiffres 0 et 2 en 2020 : 02/02/2020, 20/02/2020 et 22/02/2020.

6. Réponse **E.** Il y a une moitié de gris dans le quart de carré en haut à gauche, une moitié de gris dans le quart de carré en haut à droite et aussi une moitié de gris dans la moitié inférieure du carré.
La réponse est donc $\frac{1}{2}$.

7. Réponse **D.** Le trajet école-maison en bus prend une demi-heure. Le trajet école-maison à pied prend donc 30 min de moins que 3 h soit 2 h 30 min. Et l'aller-retour à pied prend 2 fois 2 h 30 min, soit 5 h.

8. Réponse **B.** La somme des neuf cases du tableau vaut $24+26+40$ soit 90 (somme des trois lignes). La somme des trois colonnes vaut donc aussi 90 et la somme des nombres de la troisième colonne est $90-(27+20)=90-47=43$.

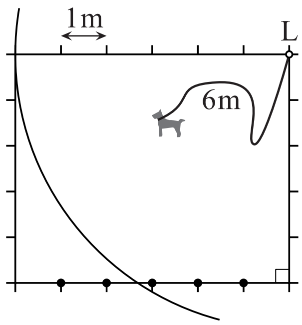
9. Réponse **B.** Le plus petit produit est un nombre négatif, avec la plus grande distance à 0 possible. C'est le nombre $(-5)\times6\times4$, soit -120.

10. Réponse **A.** Le premier poteau donne la distance de Aville à Béville : $2+4$, soit 6 km. Le deuxième poteau est donc situé à $7-6$, soit 1 km de Béville. (Remarque : il y a 5 km entre Béville et Céville.)

11. Réponse **D.** 20% c'est $\frac{1}{5}$. Le salaire de Jules est $\frac{1}{5}$ de celui du patron. Le salaire du patron est donc 5 fois celui de Jules.

12. Réponse **B.** Le carré de base est identique et orienté de la même façon dans toutes les propositions. En partant du sommet en haut à gauche de ce carré, et dans le sens des aiguilles d'une montre, l'ordre des arêtes latérales (représentées par des demi-diagonales) doit être, selon la représentation en perspective : gris, noir, noir, blanc. C'est donc la vue B qui est une vue de dessus.

13. Réponse **C.** On peut utiliser un compas centré au point d'attache L de la laisse comme montré sur la figure. Le théorème de Pythagore permet aussi de calculer les carrés des distances (en m) de L aux cinq os : $5^2+1^2=26$, $5^2+2^2=29$, $5^2+3^2=34$, $5^2+4^2=41$, $5^2+5^2=50$. Or la laisse mesure 6 m et $6^2=36$. Le petit chien peut donc attraper 3 des os.



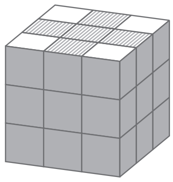
14. Réponse **C.** Si 3 cinquièmes des élèves de la classe nagent, les 2 autres cinquièmes dansent. Et s'ils sont 3 cinquièmes au total à danser, c'est que 1 cinquième fait à la fois de la danse et de la natation. Puisque cela représente 5 élèves, il y a 5×5, soit 25 élèves dans la classe.

15. Réponse **B.** Plier en rabattant un côté sur la diagonale, c'est plier sur la bissectrice de l'angle entre le côté et la diagonale du carré (cet angle mesure 45°).

L'angle aigu du polygone vaut donc $2\times\frac{45°}{2}$, soit 45°.

Et chacun des deux angles obtus du quadrilatère vaut alors, en degrés, $\frac{360-(90+45)}{2}=\frac{225}{2}=112{,}5$.

16. Réponse **C.** Considérons deux coins opposés du grand cube : à chacun de ces coins, il y a un petit cube qui, n'ayant que deux facettes rouges, aura au moins une facette blanche visible. Le grand cube a donc au moins deux faces avec du blanc. Et Jade peut s'arranger pour avoir 4 faces toutes rouges. Elle place aux huit coins des petits cubes avec une facette blanche sur l'une ou l'autre de deux faces opposées (dessus et dessous par exemple) et les deux facettes rouges visibles sur les autres faces (qui forment une couronne). Elle peut alors sans difficulté compléter en rouge les quatre faces formant la couronne.



17. Réponse **A.** Le quadrilatère en pointillé a quatre angles droits, c'est un carré de côté 5. En notant m l'aire d'un demi-rectangle et c celle du petit carré (en cm^2), on a $8m+c=49$ et $4m+c=5^2=25$.
D'où $4m=49-25=24$.
Et l'aire du petit carré, c, vaut $25-24$, soit 1 cm^2.

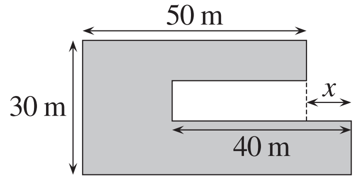
18. Réponse **B.** Les nombres *mimis* sont des entiers à deux chiffres et sont divisibles par 4 et par 9. Ils sont donc divisibles par 4×9, soit 36. Les multiples de 36 à 2 chiffres sont 36 et 72. Ce sont les 2 nombres *mimis*.

19. Réponse **B.** On peut remplir les cases dans l'ordre suivant :
III-Béa $\rightarrow$ 4 car $8-3-1=4$; III-Carla $\rightarrow$ 3 car $6-2-1=3$;
III-Emma $\rightarrow$ 5 car Emma, dont la somme des points est 14, a eu forcément un 4 et deux 5, et le juge III a mis 4 à Béa ;
III-Adam $\rightarrow$ 2 car le juge III a attribué 3, 4 et 5 à d'autres ; et s'il avait mis 1 à Adam, Adam ne pourrait pas avoir un total de 10 (même avec les 5 points du juge II).

	Adam	Béa	Carla	David	Emma
Juge I	3	1	2	***4***	***5***
Juge II	***5***	3	1	***2***	***4***
Juge III	***2***	***4***	***3***	***1***	***5***
Total	10	8	6	7	14

On pourrait s'arrêter là, mais on peut finir de remplir le tableau comme montré ci-dessus.

20. Réponse **C.** Appelons x la différence entre les longueurs des deux côtés horizontaux rentrants. La longueur totale des segments verticaux est 30×2, soit 60 m. Les côtés horizontaux mesurent, en m, dans l'ordre de haut en bas, 50, $40-x$, 40 et $50+x$.

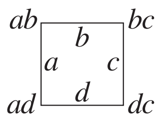


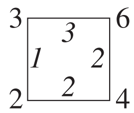
Le périmètre du jardin est donc $60+50+(40-x)+40+(50+x)$ soit 240 m.

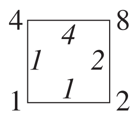
21. Réponse **C.** Appelons les quatre indices donnés a, b, c, d, dans l'ordre. Les indices a et d impliquent qu'il y a un 1 et un 3 dans le nombre. Les indices b et d impliquent qu'il y a un 8 ou un 9 dans le nombre. Mais ça ne peut pas être le 8 car alors la phrase c ne pourrait pas être vraie (le nombre devrait avoir deux autres chiffres, en plus de 1, 3 et 8). Le 9 est donc le chiffre des milliers (d'après l'indice b). Le chiffre à la bonne place de l'indice c ne peut alors être que le 0 et le nombre est 9013.

22. Réponse **B.** Comme on ne sait pas de quel côté est la vue, il faut faire 4 calculs en supposant que chaque immeuble d'une rangée est à la hauteur maximale indiquée par la vue de côté.
Si la vue est celle du côté Sud : $(3\times2) + (1\times4) + (2\times1) + (3\times3) = 21$.
Si la vue est celle du côté Est : $(3\times2) + (2\times4) + (2\times1) + (2\times3) = 22$.
Si la vue est celle du côté Nord : $(3\times2) + (2\times4) + (1\times1) + (3\times3) = 24$ (attention, vue du Nord, la gauche de la vue du côté est sur la droite).
Si la vue est celle du côté Ouest : $(2\times2) + (2\times4) + (2\times1) + (3\times3) = 23$.
Le plus grand nombre de cubes que Lily a pu utiliser est donc 24.

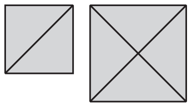
23. Réponse **C.** Soient a, b, c et d les 4 nombres écrits dans l'ordre sur les côtés du carré.
Les nombres écrits sur les sommets sont ab, bc, dc et ad. Leur somme est :
$ab + ad + cb + cd = (a + c)(b + d) = 15$.
Chacun des nombres a, b, c et d étant au moins égal à 1, chacune des sommes $a + c$ et $b + d$ vaut au moins 2. Et il y a une seule façon d'écrire 15 comme un produit de 2 entiers au moins égaux à 2 : $15 = 3 \times 5$. C'est donc que $a + c = 3$ et $b + d = 5$ (ou $a + c = 5$ et $b + d = 3$). Et on a toujours $a + b + c + d = 3 + 5 = 8$ (deux exemples possibles sont donnés ci-contre).







24. Réponse **E.**
• Décompte des points de colle entre boules du même niveau :
- entre boules du 1er étage (base), 12×2 soit 24 points de colle ;
- entre boules du 2^{e} étage (de 9 sphères), 12 points de colle ;
- entre boules du 3^{e} étage (de 4 sphères), 4 points de colle.
• Décompte des points de colle entre boules de niveaux différents :
- entre le 1er et le 2^{e} étage, 4×9, soit 36 points de colle ;
- entre le 2^{e} et le 3^{e} étage, 4×4, soit 16 points de colle ;
- entre le 3^{e} étage et la boule au sommet, 4 points de colle.
Le total de points de colle est donc $24 + 12 + 4 + 36 + 16 + 4$, soit 96.



25. Réponse **8.** Il y a deux familles de carrés constructibles avec des triangles rectangles isocèles, selon qu'on les assemble par l'hypoténuse ou par un côté de l'angle droit.
Pour les carrés de la première famille, Tom peut faire un carré avec 2 triangles, ou 4×2 soit 8,ou 9×2 soit 18, ou 16×2 soit 32, ou 25×2 soit 50 (et il n'a pas assez de triangles pour en faire un plus grand). Cela fait 5 tailles de carré.
Pour les carrés de la deuxième famille, Tom peut faire un carré avec 4 triangles, ou 4×4 soit 16, ou 9×4 soit 36 (et il n'a pas assez de triangles pour en faire un plus grand qui nécessiterait 16×4 soit 64 triangles). Cela fait 3 tailles de carré.
Au total, Tom peut obtenir $5 + 3$, soit 8 tailles différentes de carré.

26. Réponse **7.** Si la division de 900 par n donne un reste égal à 9 c'est que $900 = nq + 9$, avec $n > 9$, q étant le quotient de la division. Alors, $nq = 891 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11$. Le nombre 891 a 10 diviseurs que l'on peut associer par deux : 1×891, 3×297, 9×99, 11×81 et 27×33. Comme $n > 9$, il y a 7 entiers n possibles : 891, 297, 99, 81, 33, 27 et 11.