Collège Louis Léopold Djiet de Bourail

CAHIER DE VACACANCES

4ème → 3ème

Ce cahier de vacances vous est présenté en 4 parties :

1. Calcul numérique
2. Calcul littéral
3. Géométrie
4. Corrections (à la fin du cahier)

Bon courage à toutes et à tous.

L'équipe de mathématiques du collège Louis Léopold Djiet

1. Calcul numérique

a) Opérations avec nombres relatifs

Rappels de cours :

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :
- on met le signe commun au résultat,
- on additionne les distances à zéro.

Exemples : 42 + 7 = 49 ; -7 + (-4) = -11 ; -12 - 3 = -15

Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :
- on met le signe qui est devant la plus grande distance à zéro au résultat,
- on soustrait la plus petite distance à zéro à la plus grande.

Exemples : 8 + (-7) = 1 ; -7 + 2 = -5 ; 3 - 9 = -6

Pour calculer le produit (ou quotient) de deux nombres relatifs :

on commence par effectuer la multiplication (ou division) sans se soucier des signes ;

on applique ensuite la règle suivante (règle des signes) :

le produit de deux nombres ***positifs*** *est* ***positif ;***

le produit de deux nombres ***négatifs*** *est* ***positif ;***

Le produit d'un nombre ***positif*** *et d'un nombre* ***négatif*** *est* ***négatif.***

Exemples : 3 × (-2) = -6 ; -7 × (-4) = 21 ; -12 ÷ 3 = -4

Exercice 1 :

Effectue les calculs suivants :

A = 13 + 9 ; B = -5 + (-8) ; C = -7 + 6 ; D = 4 – 9

E = -8 + 10 ; F = 4,5 + 7,2 ; G = -12 – 13 ; H = -4,1 + -7,3

Exercice 2 :

Effectue les calculs suivants :

A = 13 × 3 ; B = -5 × (-4) ; C = -6 × 3 ; D = 14 ÷ (-7)

E = 5 × (-3) ; F = -100 ÷ 10 ; G = -16 ÷ (-4) ; H = 4,5 × (-3)

Exercice 3 :

Thomas, Romain, Cassy et Maëlyse s'amusent avec des dés qui comportent les faces :

-1 ; 2 ; -3 ; 4 ; -5 et 6.

Ils décident de lancer 10 fois chacun le dé, puis de compter leurs points. Voici les résultats.

Cassy : 4 ; -5 ; -5 ; -1 ; 6 ; -3 ; 6 ; 2 ; -5 ; -3

Thomas : -3 ; -1 ; 4 ; 4 ; 6 ; -5 ; -1 ; 2 ; -5 ; 2

Romain : 2 ; -1 ; 6 ; -5 ; -3 ; 2 ; -1 ; 4 ; 4 ; -3

Maëlyse : 6 ; -3 ; -5 ; 2 ; -5 ; -1 ; 4 ; -3 ; -3 ; 6

a) Calcule le score de chaque personne.

b) Donne le classement de cette partie.

c) Une cinquième personne joue et obtient un score de -9, calcule l'écart avec le score de Romain.

Exercice 4 :

Je suis un nombre entier relatif compris entre -29 et -13. Ma distance à 0 est divisible par 7 et par la somme de mes chiffres. Qui suis-je ?

b) Opérations avec nombres en écriture fractionnaire

Rappels de cours :

Pour additionner ou soustraire deux fractions on transforme, si besoin, en fractions de même dénominateur, puis on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ; les dénominateurs ne changent pas.

Exemples : $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2\times2}{3\times2} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6}$ soit $\frac{3}{2}$ $\qquad$ $\frac{5}{4} - \frac{8}{7} = \frac{5\times7}{4\times7} - \frac{8\times4}{7\times4} = \frac{35}{28} - \frac{32}{28} = \frac{3}{28}$

Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemples : $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18}$ soit $\frac{5}{9}$ $\qquad$ $\frac{5}{4} \times \frac{-8}{7} = \frac{-40}{28}$ soit $-\frac{10}{7}$

Diviser par un nombre relatif non nul revient à multiplier par son inverse.

Exemples : $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{12}{15}$ soit $\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{5}{4} \div \frac{-8}{7} = \frac{5}{4} \times \frac{7}{-8} = \frac{35}{-32}$ soit $-\frac{35}{32}$

Exercice 5 :

Effectue les calculs suivants en simplifiant le résultat si possible :

$A = \frac{3}{7} + \frac{4}{14}$; $\qquad B = \frac{5}{2} - \frac{7}{4}$; $\qquad C = \frac{-1}{3} - \frac{3}{4}$; $\qquad D = 3 - \frac{12}{9}$

Exercice 6 :

Effectue les calculs suivants en simplifiant le résultat si possible :

$A = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$; $\qquad B = -\frac{5}{9} \times (-\frac{3}{4})$; $\qquad C = \frac{5}{3} \div \frac{20}{9}$; $\qquad D = 6 \times \frac{7}{9}$

Exercice 7 :

Kahé est un grand sportif.
Le mercredi, il court une demi-heure d'heure, fait une heure et demie de rugby et joue vingt minutes au basketball.
Quelle fraction d'heure consacre-t-il au sport ce jour-là ?

Exercice 8 :

Soraya verse $\frac{2}{3}L$ d'eau dans des verres qui peuvent contenir $\frac{1}{9}L$ chacun.
Combien de verres peut-elle remplir entièrement ?

Exercice 9 :

Une classe comprend 20 filles et 10 garçons. Lors d'une interrogation de mathématiques, 65%des filles et 50% des garçons ont obtenu un A.
Quel pourcentage des élèves de la classe a obtenu A ?

Exercice 10 :

Pendant le Black-Friday, Romane aperçoit un téléphone portable qui coûtait 50 000 francs soldé à 30 000 francs.
Quel est le pourcentage de réduction ?

2. Calcul littéral

a) Réduire, développer et factoriser

Rappels de cours :

Réduire une expression, c'est l'écrire comme une somme algébrique ayant le moins de termes possibles.

Exemples : Réduis l'expression $A = x + 2x - 3 - 1 + 5$

$A = x + 2x - 3 - 1 + 5$ *1) Regrouper les termes en x entre eux et les nombres entre eux.*

$A = 3x + 1$ *2) On effectue les calculs sur les termes en x et sur les nombres.*

Développer une expression, c'est l'écrire comme une somme de termes.
La multiplication est distributive par rapport à l'addition et la soustraction.

$$\boxed{k \times (a+b) = k \times a + k \times b \text{ et } k \times (a-b) = k \times a - k \times b}$$

Exemples : Développe les expressions suivantes

$3(2x+5) = 3 \times 2x + 3 \times 5 = 6x + 15$; $7(3-5x) = 7 \times 3 - 7 \times 5x = 21 - 35x$

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.
Pour factoriser une expression, on utilise la propriété de la distributivité.

$$\boxed{k \times a + k \times b = k \times (a+b) \text{ et } k(a-b) = ka - kb}$$

Exemples : Factorise les expressions suivantes

$4x + 8 = 4 \times x + 4 \times 2$;
$= 4 \times (x+2)$;
$= 4(x+2)$

$2x^2 + 6x = 2x \times x + 2x \times 3$
$= 2x \times (x+3)$
$= 2x(x+3)$

Exercice 11 :

Réduis les expressions suivantes :

A = 6 + 4x + 5 ; B = 2x + 4 + 3x + 7 ; C = 6x + 9 – 8x – 11 ; D = x + 7 – 2x

Exercice 12 :

Développe et réduis les expressions suivantes :

A = 3 × (x+5) ; B = 7 × (3x – 4) ; C = -2 × (5x – 8) ; D = -3x × (-x + 7)

Exercice 13 :

Factorise les expressions suivantes :

A = 2x + 10 ; B = 3x – 21 ; C = 11x^2 + 3x ; D = 5x^2 – 15x

Exercice 14 :

a) Ecris ton résultat à chaque étape :

- ☻ Pense à un nombre ;
- ☻ Ajoute 2 à ce nombre ;
- ☻ Multiplie le résultat par 5 ;
- ☻ Ajoute 11 ;
- ☻ Enlève le quintuple (5 fois) du nombre de départ ;
- ☻ Cherche la lettre de l'alphabet qui correspond à ce nombre (A→1 ; B→2 ;…) et écris le nom d'un enseignant du collège qui commence par cette lettre.

b) L'enseignant que tu as choisi est probablement : M.Ulrich !
A - ton avis est-ce de la magie ?
Prouve le contraire en utilisant x comme nombre de départ.

c) Equation et problèmes

Rappels de cours :

Une équation à une inconnue est une égalité contenant un nombre dont on ne connaît pas la valeur.
Une solution de l'équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

Exemples : Le nombre 6 est-il solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$?

D'une part : $2 \times 6 - 11 = 12 - 11 = 1$ et d'autre part $7 - 6 = 1$, comme les résultats sont égaux alors 6 est bel et bien solution de l'équation $2x - 11 = 7 - x$.

Résoudre une équation, c'est trouver pour quelle valeur de x l'égalité est vérifiée.

Résous l'équation suivante : $3x + 7 = 5x + 9$

$3x+7=5x+9$	● *1) on repère les termes en x et les autres.*
$3x+7-5x=5x+9-5x$	● *2) on élimine les termes en x dans le membre de droite.*
$3x-5x+7=9$	● *3) on regroupe les termes x dans le membre de gauche.*
$3x-5x+7-7=9-7$	● *4) on élimine les autres nombres dans le membre de gauche.*
$3x-5x=9-7$	● *5) on regroupe les autres termes dans le membre de droite.*
$-2x=9-7$	● *6) on calcule le nombre de x.*
$-2x=2$	● *7) on calcule le membre de droite.*
$\frac{-2x}{-2}=\frac{2}{-2}$	● *8) on isole.*
$x=-1$	● *9) on écrit le résultat plus simplement.*

Conclusion : -1 est l'unique solution de l'équation $3x + 7 = 5x + 9$.

Exercice 15 :

Dans chaque cas, vérifie si le nombre 2 est solution de l'équation proposée.

a) $2x - 5 = x - 3$; b) $4x + 1 = 6x - 2$; c) $4 \times (3x + 5) = 44$.

Exercice 16 :

Résous les équations suivantes :

a) $x + 7 = -2$; b) $x - 4 = -5$; c) $7 - x = -3$.

Exercice 17 :

Résous les équations suivantes :

a) $10 = 5x$; b) $\frac{x}{3} = 7$; c) $\frac{6}{x} = 3$.

Exercice 18 :

Résous les équations suivantes :

a) $2x + 1 = -4$; b) $-5 + 3x = 1$; c) $-\frac{5}{9} + 4x = \frac{13}{9}$

d) $4x = 2x + 3$; e) $7x - 1 = 5 - x$; f) $5x = 6(2 + x)$.

Exercice 19 :

Joshua a 14 ans et son père 40 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera le double de l'âge de Joshua ?

Exercice 20 :

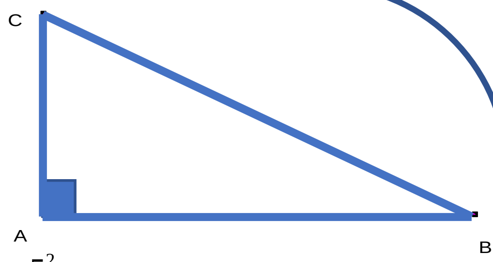
La somme d'un nombre, de son double, et de son triple est égale à 72.
Quel est ce nombre ?

3. Géométrie

a) Théorème de Pythagore

Rappels de cours :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Exemple : Calculer la longueur de l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A.

On donne $AC = 5cm$ et $AB = 12cm$

Calcule la longueur BC.

On sait que le triangle ABC est rectangle en A, l'hypoténuse est $[BC]$, $AC = 5cm$ et $AB = 12cm$.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

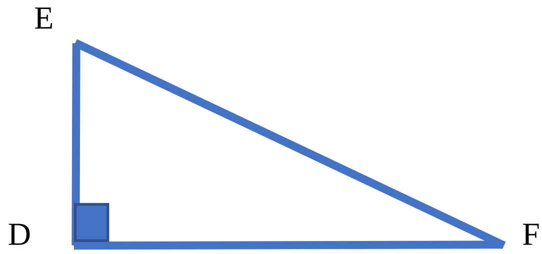
$BC^2 = 12^2 + 5^2$

$BC^2 = 144 + 25$

$BC^2 = 169$ donc $BC = \sqrt{169}$

$BC = 13$

Conclusion : La longueur BC mesure 13 cm.



Exemple : Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

Le triangle DEF est rectangle en D.

On donne $DF = 8cm$ et $EF = 9cm$

Calcule la longueur DE arrondie au mm près.

On sait que le triangle DEF est rectangle en D, l'hypoténuse est $[EF]$, $DF = 8cm$ et $EF = 9cm$.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$EF^2 = DE^2 + DF^2$

$9^2 = DE^2 + 8^2$

$81 = DE^2 + 64$

$DE^2 = 81 - 64$

$DE^2 = 17$ donc $DE = \sqrt{17}$

$DE \simeq 4,1$ cm

Conclusion : La longueur DE mesure environ 4,1 cm.

Exercice 21 :

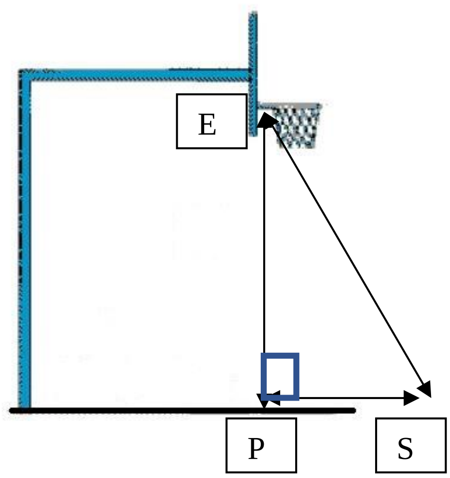
BEN est un triangle rectangle en B tel que : BE = 3cm ; BN = 4cm.
Trace ce triangle en vraie grandeur et calcule la longueur EN.

Exercice 22 :

FLO est un triangle rectangle en F tel que : FL = 8cm ; LO = 10cm.
Trace ce triangle en vraie grandeur et calcule la longueur FO.

Exercice 23 :

Afin de préparer au mieux la rentrée 2022, M.Ulrich, professeur d'EPS expérimenté, décide de vérifier le matériel mis à disposition.
Ainsi, il décide d'effectuer quelques mesures à l'aide d'une corde tendue.
Voici les relevés qu'il a effectués : ES = 4m et PS = 2,59m.

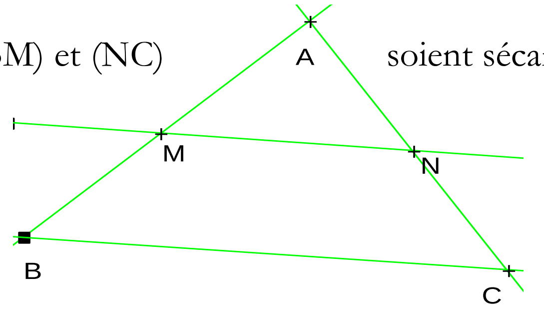


La hauteur réglementaire d'un panier de basket doit être comprise entre 3m et 3,05m.
Est-elle respectée au collège Louis-Léopold Djiet ?

b) Théorème de Thalès

Rappels de cours :

On considère le triangle ABC tel que (BM) et (NC) soient sécantes en A.

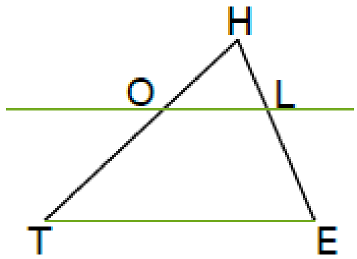


Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors :

$$\boxed{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}}$$

Exemple :

Sur la figure suivante, les droites (OL) et (TE) sont parallèles. On donne HE = 5cm, HL = 2cm, TE = 7cm et HO = 3cm.
Calcule les longueurs HT et OL.



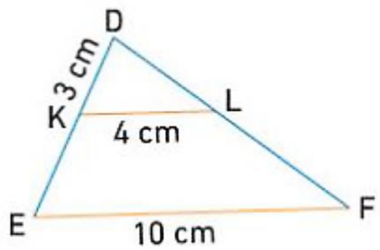
Dans le triangle HTE, on sait que O appartient à [HT], L appartient à [HE] et que (OL) est parallèles à (TE).
D'après la propriété de Thalès, on a :

$$\frac{HO}{HT} = \frac{HL}{HE} = \frac{OL}{TE} \qquad \frac{3}{HT} = \frac{2}{5} = \frac{OL}{7} \qquad HT = \frac{3 \times 5}{2} = 7,5cm \qquad OL = \frac{2 \times 7}{5} = 2,8cm$$

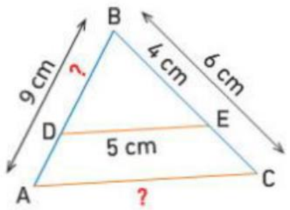
La longueur HT mesure 7,5cm et la longueur OL mesure 2,8cm.

Exercice 24 :

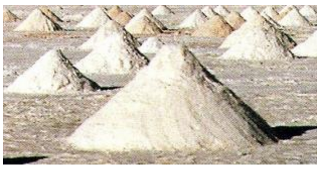
Sur la figure ci-contre (KL) et (EF) sont parallèles.
Calcule la mesure de [DE].



Exercice 25 :

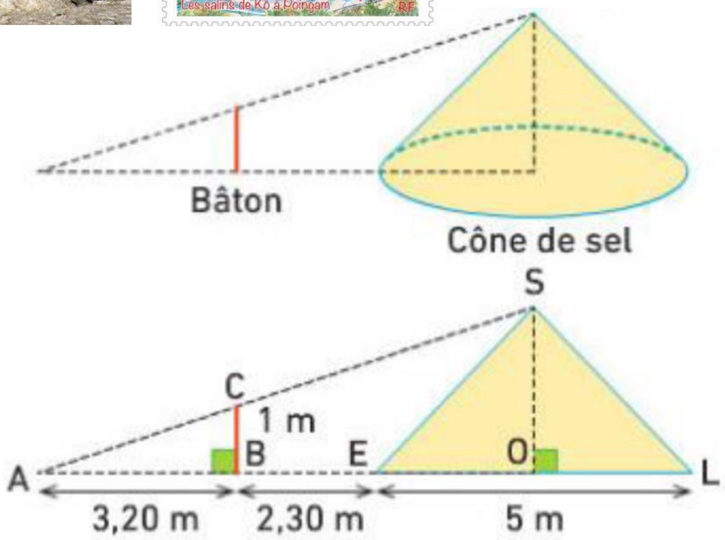


Sur la figure ci-contre (DE) et (AC) sont parallèles.
Calcule la mesure de la longueur BD et celle de AC.



Exercice 26 :

Dans les marais salants de Poingam, le sel de Kô récolté est stocké sur une surface plane, comme l'illustre la photo ci-dessus.
On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.
Noah souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres.
Il possède un bâton de longueur 1 mètre.
Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-contre.
Démontre que la hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 mètres.



4. Corrections

1) A=22 ; B=−13 ; C=-1 ; D=−5 ; E=2 ; F=11,7 ; G=−25 ; H=−11,4.

2) A=39 ; B=20 ; C=−18 ; D=−2 ; E=−15 ; F=−10 ; G=4 ; H=−1,5.

3) a) Cassy : −4 ; Thomas : 3 ; Romain : 5 ; Maëlyse : −2.

b) 1er : Romain ; 2nde : Thomas ; 3ème Maëlyse et 4ème : Cassy.

c) L'écart sera de 14 points.

4) Le nombre est −21.

5) $A=\frac{10}{14} soit \frac{5}{7}$; $B=\frac{3}{4}$; $C=-\frac{13}{12}$; $D=\frac{15}{9} soit \frac{5}{3}$.

6) $A=\frac{2}{20} soit \frac{1}{10}$; $B=\frac{15}{36} soit \frac{5}{12}$; $C=\frac{45}{60} soit \frac{3}{4}$; $D=\frac{42}{9} soit \frac{14}{3}$.

7) $\frac{30}{60}+\frac{90}{60}+\frac{20}{60}=\frac{140}{60} soit \frac{7}{3}$.

8) $\frac{1}{9}\times 6=\frac{1}{9}\times\frac{6}{1}=\frac{6}{9} soit \frac{2}{3}$. Elle peut remplir 6 verres.

9) 20 filles 100%	10 garçons → 100%	Et 18 → 30
? → 65%	? → 50%	? → 100%
Soit 13 filles	Soit 5 garçons	Soit 60% de la classe.

10) 50 000 f → 100% soit 60% du prix, donc il est soldé 40%.
30 000 f → ?

11) A=4x+11 ; B=5x+11 ; C=−2x−2 ; D=−x+7.

12) A=3x+15 ; B=21x−28 ; C=−10x +16 ; D=3x^2−21x.

13) A=2(x+5) ; B=3(x−7) ; C=x(11x+3) ; D=5x(x−3).

14) a) Si au nombre 10, alors 10+2 = 12 ; 12 × 5 = 60 ; 60+11=71 ; 71−50 = 21.
21ème lettre de l'alphabet est le U, on pense à M. Ulrich !
Essayons avec x comme nombre de départ : (x+2)×5 = 5x + 10 ; 5x+10+11= 5x+21 ;
Puis 5x+21-5x = 21, donc quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat sera la lettre U.

15) a) 2 est solution ; b) 2 n'est pas solution ; c) 2 est solution.

16) a) $x=-9$; b) $x=-1$; c) $x=-10$.

17) a) $x=2$; b) $x=21$; c) $x=2$.

18) a) $x=-2{,}5$; b) $x=2$; c) $x=0{,}5$; d) $x=1{,}5$; e) $x=0{,}75$; f) $x=-12$.

19) Dans 12 ans, Joshua aura 26ans et son père 52, or 52 = 2 × 26.

20) $x+2x+3x=72$, soit $6x=72$. Ce nombre est 12.

21) EN = 5cm.

22) FO = 6cm.

23) EP² = 9,2919 soit AP ≃ 3,05m. La hauteur est respectée au collège LL Djiet.

24) DE = 7,5cm.

25) BD=6cm et AC=7,5cm.

26) AB=3,20m ; AO=8m et BC=1m, à l'aide du théorème de Thalès, on trouve :
SO=8×1÷3,20=2,50m.